

UNIVERSIDAD DE COSTA RICA  
SISTEMA DE ESTUDIOS DE POSGRADO

DATACIÓN POR  $^{210}\text{Pb}$  Y  $^{137}\text{Cs}$  EN SUELOS SEDIMENTARIOS

Tesis sometida a la consideración de la Comisión del Programa de Estudios de  
Posgrado de Física para optar por el grado y título de Maestría Académica en Física

JOSÉ CARLOS CASTILLO FALLAS

Ciudad Universitaria Rodrigo Facio, Costa Rica

2021

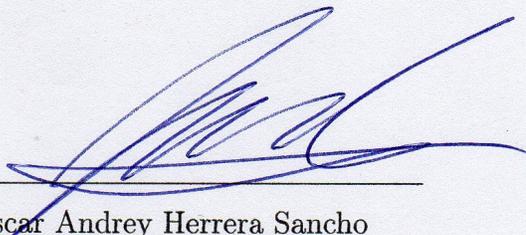
## Dedicatoria

Para mi madre  
Marleni

## **Agradecimientos**

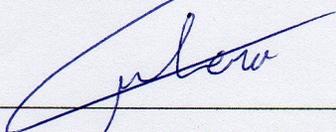
Agradezco al equipo de trabajo del CICANUM, en especial al ingeniero Mauricio Badilla Figueroa, por el apoyo técnico y análisis de las muestras del procedimiento. Al Ph.D. Álvaro Morales Ramírez y al equipo del CIMAR por permitirme trabajar con ellos en este proyecto. Al Ph.D. Christian Birkel y a la Lic. Katherine Vargas Arias de la Escuela de Geografía de la Universidad de Costa Rica, por las muestras de suelos extraídas en la Reserva Biológica Alberto Manuel Brenes en San Ramón. A mi madre, familia y amigos por su apoyo incondicional a lo largo del desarrollo de la investigación.

“Esta tesis fue aceptada por la Comisión del Programa de Estudios de Posgrado en Física de la Universidad de Costa Rica, como requisito parcial para optar al grado de Maestría Académica en Física”



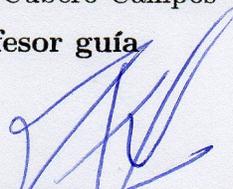
---

Dr. Oscar Andrey Herrera Sancho  
**Representante del Decano**  
**Sistema de Estudios de Posgrado**



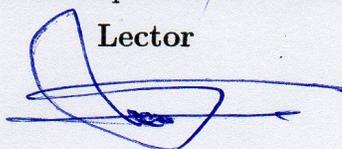
---

Dr. Mario Cubero Campos  
**Profesor guía**



---

Dr. José Ralph García Vindas  
**Lector**



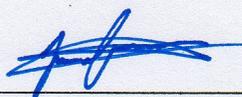
---

M. Sc. Alfonso Salazar Matarrita  
**Lector**



---

Dr. Jorge Gutiérrez Camacho  
**Director**  
**Programa de Posgrado en Física**



---

José Carlos Castillo Fallas  
**Sustentante**

# Índice general

|  |          |
|--|----------|
| Dedicatoria . . . . .  | ii       |
| Agradecimientos . . . . .  | iii      |
| Hoja de aprobación . . . . .   | iv       |
| Índice general. . . . .  | v        |
| Resumen . . . . .  | x        |
| Abstract . . . . .   | xii      |
| Lista de tablas . . . . .  | xiii     |
| Lista de figuras . . . . .   | xv       |
| Lista de abreviaturas . . . . .  | xviii    |
| <b>1 Introducción. . . . .</b>   | <b>1</b> |
| 1.1. Estructura nuclear . . . . .  | 1        |
| 1.2. Desintegración nuclear . . . . .  | 4        |
| 1.2.1. Descripción cuántica del proceso de desintegración radiactiva . . . . .             | 7        |
| 1.2.2. Desintegración alfa . . . . .   | 10       |
| 1.2.2.1. Potencial de barrera de Coulomb, Teoría de Gámov y Ley de Geiger-Nuttal . . . . . | 11       |
| 1.2.2.2. Transiciones de estado en los procesos de desintegración alfa . . . . .           | 13       |
| 1.2.3. Desintegración beta . . . . .   | 14       |
| 1.2.4. Emisión gamma . . . . .   | 17       |
| 1.3. Cadena de desintegración y ecuaciones de Bateman . . . . .                            | 18       |
| 1.3.1. Cadenas naturales de desintegración . . . . .                                       | 18       |
| 1.3.2. Ecuaciones de Bateman . . . . .   | 19       |
| 1.4. Serie del uranio y origen del $^{210}\text{Pb}$ . . . . .                             | 24       |
| 1.5. Radionucleidos de origen antropogénicos: $^{137}\text{Cs}$ . . . . .                  | 25       |

|          |   |           |
|----------|---|-----------|
| 1.6.     | Interacción de fotones con la materia . . . . .                                 | 26        |
| 1.6.1.   | Efecto fotoeléctrico . . . . .  | 28        |
| 1.6.2.   | Efecto Compton . . . . .  | 30        |
| 1.6.3.   | Formación de par electrón - positrón . . . . .                                  | 33        |
| 1.7.     | Conceptos de espectroscopía . . . . .   | 34        |
| 1.7.1.   | Características de la espectroscopía . . . . .                                  | 34        |
| 1.7.2.   | Espectroscopía gamma . . . . .  | 36        |
| 1.8.     | Análisis por espectroscopía gamma . . . . .                                     | 37        |
| 1.8.1.   | Detectores de germanio hiperpuro para detección de radiación<br>gamma . . . . . | 37        |
| 1.8.2.   | Cadena electrónica del detector . . . . .                                       | 40        |
| 1.8.2.1. | Preamplificador . . . . .   | 41        |
| 1.8.2.2. | Amplificador y pulsador ( <i>pulse shaper</i> ) . . . . .                       | 44        |
| 1.8.2.3. | Multichannel analyzer . . . . .   | 46        |
| 1.8.2.4. | Tiempo muerto . . . . .   | 47        |
| 1.8.3.   | Calibraciones para espectroscopía gamma . . . . .                               | 48        |
| 1.8.3.1. | Calibración por energía . . . . .   | 49        |
| 1.8.3.2. | Calibraciones de ancho del pico . . . . .                                       | 50        |
| 1.8.3.3. | Calibración por eficiencia . . . . .  | 50        |
| 1.8.4.   | Ajuste y análisis de los picos de emisión . . . . .                             | 54        |
| <b>2</b> | <b>Modelos de datación radiocronológica . . . . .</b>                           | <b>62</b> |
| 2.1.     | Introducción . . . . .  | 62        |
| 2.2.     | Fundamentos para datación con $^{210}\text{Pb}$ . . . . .                       | 63        |
| 2.3.     | Revisión de modelos de fechado . . . . .  | 67        |
| 2.3.1.   | Modelo de Concentración inicial Constante (CIC) . . . . .                       | 69        |
| 2.3.2.   | Modelo de flujo de suministro constante (CRS) . . . . .                         | 70        |
| 2.3.3.   | Modelo de flujo periódico (PF) . . . . .  | 72        |
| 2.3.4.   | Modelo de sedimentación y flujo constantes (CS/CF) . . . . .                    | 73        |
| <b>3</b> | <b>Modelo generalizado . . . . .</b>  | <b>75</b> |
| 3.1.     | Introducción . . . . .  | 75        |
| 3.2.     | Modelo generalizado . . . . .   | 75        |
| 3.2.1.   | Perfil SAR de datación . . . . .  | 76        |
| 3.2.2.   | Perfil MAR de datación . . . . .  | 77        |

|          |  |            |
|----------|--|------------|
| 3.2.3.   | Separación del modelo SAR . . . . .  | 77         |
| 3.2.4.   | Separación del modelo MAR . . . . .  | 79         |
| 3.3.     | Pruebas sobre los modelos existentes . . . . .   | 80         |
| <b>4</b> | <b>Metodología de la datación de sedimentos . . . . .</b>                                  | <b>82</b>  |
| 4.1.     | Introducción . . . . .   | 82         |
| 4.2.     | Extracción de muestras . . . . .   | 82         |
| 4.2.1.   | Zonas de extracción . . . . .  | 82         |
| 4.2.2.   | Extracción de las muestras de suelo . . . . .  | 83         |
| 4.2.3.   | Preparación de la muestra . . . . .  | 85         |
| 4.3.     | Medición por espectroscopía gamma . . . . .  | 86         |
| 4.3.1.   | Descripción del equipo . . . . .   | 86         |
| 4.3.2.   | Obtención del espectro de emisión gamma de las muestras de<br>sedimentos . . . . .         | 87         |
| <b>5</b> | <b>Resultados de la datación . . . . .</b>   | <b>90</b>  |
| 5.1.     | Introducción . . . . .   | 90         |
| 5.2.     | Datos obtenidos . . . . .  | 90         |
| 5.3.     | Manejo de datos . . . . .  | 92         |
| 5.3.1.   | Análisis radiocronológico a partir del método de mínimos cuadrados                         | 93         |
| 5.4.     | Resultados finales y comentarios . . . . .   | 101        |
| 5.4.1.   | Comparación entre los modelos CIC y CRS suavizados . . . . .                               | 102        |
| 5.4.2.   | Comparación entre los modelos CIC y CRS . . . . .  | 103        |
| 5.4.3.   | Comparación entre los tratamientos a los datos aplicados y reso-<br>lución final . . . . . | 104        |
| <b>6</b> | <b>Conclusiones . . . . .</b>  | <b>106</b> |
| 6.1.     | Conclusiones . . . . .   | 106        |
| 6.2.     | Recomendaciones . . . . .  | 107        |
|          | <b>Bibliografía . . . . .</b>  | <b>109</b> |
|          | <b>Apéndices . . . . .</b>   | <b>115</b> |
| <b>A</b> | <b>Elementos de estadística . . . . .</b>  | <b>116</b> |
| A.1.     | Distribuciones estadísticas . . . . .  | 116        |
| A.1.1.   | Definiciones básicas . . . . .   | 116        |

|          |   |            |
|----------|---|------------|
| A.1.2.   | Distribución binomial . . . . .   | 116        |
| A.1.3.   | Distribución normal o gaussiana . . . . .   | 117        |
| A.1.4.   | Distribución de Poisson . . . . .   | 117        |
| A.2.     | Suavizado de datos por media móvil . . . . .  | 118        |
| A.3.     | Método de máxima semejanza, mínimos cuadrados, curvas de ajustes. . . . .   | 119        |
| A.3.1.   | Características del método de máxima semejanza . . . . .  | 119        |
| A.3.2.   | Descripción del método de mínimos cuadrados . . . . .   | 120        |
| A.3.2.1. | Ajuste lineal para el método de mínimos cuadrados, con<br>barras de error diferentes en el eje $y$ . . . . .                                  | 121        |
| <b>B</b> | <b>Espectros de emisión gamma de las muestras de suelo sedimentario<br/>obtenido de la Reserva Alberto Manuel Brenes, San Ramón . . . . .</b> | <b>123</b> |
| <b>C</b> | <b>Algoritmo en WOLFRAM MATHEMATICA 12, para análisis de<br/>núcleos de sedimento . . . . .</b>   | <b>127</b> |
| C.1.     | Lectura de datos . . . . .  | 127        |
| C.1.1.   | Manejo de datos . . . . .   | 127        |
| C.1.2.   | Datos ajustados para la medición del plomo en exceso . . . . .  | 128        |
| C.2.     | Modelo CIC con los datos suavizados . . . . .   | 129        |
| C.2.1.   | Linealización de los datos para el modelo CIC . . . . .   | 129        |
| C.2.2.   | Ajuste por el método de mínimos cuadrados . . . . .   | 130        |
| C.2.3.   | Resultados del modelo . . . . .   | 130        |
| C.3.     | Modelo CIC . . . . .  | 131        |
| C.3.1.   | Linealización de los datos para el modelo CIC . . . . .   | 131        |
| C.3.2.   | Ajustes por el método de mínimos cuadrados . . . . .  | 132        |
| C.3.3.   | Resultados del modelo . . . . .   | 132        |
| C.4.     | Modelo de CRS suavizado . . . . .   | 133        |
| C.4.1.   | Transformación CRS con los datos suavizado . . . . .  | 133        |
| C.4.2.   | Linealización de los datos transformados . . . . .  | 134        |
| C.4.3.   | Resultados del modelo . . . . .   | 134        |
| C.5.     | Modelo CRS . . . . .  | 135        |
| C.5.1.   | Transformación lineal del modelo CRS . . . . .  | 135        |
| C.5.2.   | Resultados del modelo . . . . .   | 136        |
| <b>D</b> | <b>Tablas de desintegración . . . . .</b>   | <b>138</b> |
| D.1.     | Serie del torio ( $^{232}\text{Th}$ , $4n$ ) . . . . .  | 138        |

|  |     |
|--|-----|
| D.2. Serie del neptunio ( $^{237}\text{Np}$ , $4n + 1$ ) . . . . . | 139 |
| D.3. Serie del uranio ( $^{238}\text{U}$ , $4n + 2$ ) . . . . .    | 140 |
| D.4. Serie del actinio ( $^{235}\text{U}$ , $4n + 3$ ) . . . . .   | 141 |

## Resumen

El uso de técnicas analíticas nucleares para datación tiene una gran cantidad de aplicaciones en diferentes ramas del conocimiento. La información extraída por el análisis permite asignar a un perfil de muestras el fechado de varias posiciones de profundidad. Así, para cada posición en el perfil, el contenido del sedimento se puede asociar a eventos globales o locales. A partir de lo anterior, este trabajo tiene como objetivo el análisis de radioisótopos con un tiempo de vida media inferior a los 40 años. Utilizando espectroscopía gamma y varios modelos de sedimentación del  $^{210}\text{Pb}$ , como los modelos de concentración inicial constante (CIC) y tasa de suministro constante (CRS), se reconstruye la escala temporal para visualizar la influencia de las actividades humanas en los procesos como, la acidificación de los mares o erosión de suelos. El primer capítulo trata los conceptos fundamentales de física nuclear y las teorías de desintegración radioactiva desde el punto de vista semiclásico (ecuaciones de desintegración de Bateman). Se describe el fundamento de los procesos de desintegración radioactiva  $\alpha$ ,  $\beta$  y  $\gamma$ . El origen del  $^{210}\text{Pb}$  y  $^{137}\text{Cs}$  en el suelo sedimentario. Por último, se desarrolla una revisión sobre la interacción de los fotones con la materia, se relaciona con el desarrollo de la técnica de espectroscopía gamma, la descripción del equipo de medición y técnicas de análisis de espectros. El segundo capítulo describe los procesos de deposición de sedimentos en suelos y la relación con las series de desintegración natural. Además, se hace una revisión de los modelos de datación del  $^{210}\text{Pb}$  existentes y se enfatiza en los modelos donde se excluye la mezcla de nucleidos entre capas. En el tercer capítulo se desarrolla la propuesta de un modelo generalizado para datación de sedimentos que permita encontrar el fechado de un perfil de sedimentos con cualquier condición inicial no incluida en los modelos simples descritos en el segundo capítulo. Se tratan los modelos como tiempo contra masa acumulativa y tiempo contra profundidad. Por su parte, el cuarto capítulo describe la metodología de obtención de muestras. Además de la preparación de la muestra para realizar el proceso de espectroscopía gamma, utilizado para determinar el fechado a partir de los modelos utilizados. En el quinto capítulo se analizan las muestras de suelo sedimentario obtenidas, utilizando los modelos existentes, a partir del código desarrollado con el modelo generalizado. Además del contraste entre los modelos seguidos para las muestras de sedimento. Por último, en el sexto capítulo se dan las conclusiones y recomendaciones del trabajo. Las conclusiones muestran los modelos que

mejor ajustan con los datos, así como las observaciones fundamentales sobre el modelo generalizado propuesto para las condiciones tasa de masa acumulada (MAR) y tasa de sedimentación acumulada (SAR), que se explican en el segundo capítulo. Además, se establecen las recomendaciones sobre la aplicación del modelo generalizado y opciones de mejora en el proceso de extracción y medición de muestras.

## Abstract

The usage of analytic nuclear techniques for dating has a plenty application on different areas of knowledge. The datation techniques brings information related with the formation age of the sample and it can be related with important parallel events. The research objective is analyzing the radionuclides with half-life lower that 40 years years, relatively short in comparison with the mother radionuclide's half live .In the research, the group measure the activity of the sample using gamma spectroscopy techniques and analyze the data with different  $^{210}\text{Pb}$  addition models in sedimentary soils to build the chronological scale of the sedimentary core. The first chapter introduce the fundamentals in nuclear decay process theory. The semi-classical treatment (Bateman's decay equation), and the quantum theory of nuclear decay processes ( $\alpha$  and  $\beta$  decay, and  $\gamma$  emission). Describe the origin of the radionuclides in the study. Then, describes the passage of photons through the matter. The description of  $\gamma$  spectroscopy, and its instrumentation. The second chapter is related with the fundamentals in sedimentary deposition and describes the natural series decay. Then makes a summary of the different model's descriptions and condition, and center in unmixed sediment models for sedimentary cores. The third chapter is about the development of generalize dating model for  $^{210}\text{Pb}$ , separated by mass accumulation rate (MAR) or sediment accumulation rate (SAR) conditions. Then make some proves to fix with the existing models. The fourth chapter is about the methodology of extraction, the sample preparation and the gamma spectroscopy carried out on the samples, to acquire the data. The fifth chapter is about the analyze of the sedimentary soils sample obtained in the Biological Reserve Alberto Manuel Brenes in San Ramón, using different models, and comparing the activity measurements with the model analysis data, and get the age of sample and geological characteristics for sedimentary soil. The last chapter is about the conclusions and the recommendations of the research. The conclusions showed which datation models fix better with analyzed sedimentary soils, and fundamental features of the proposed generalized model. This chapter ends with the recommendations for another research, like soil extraction considerations, and optimal condition for the usage of the generalized model proposed.

## Lista de tablas

|   |     |
|---|-----|
| 2.1. Términos comunes en modelos de datación. . . . .   | 67  |
| 5.1. Datos físicos y concentración de actividad determinada por medio de espectroscopía gamma de las muestras de suelo sedimentario extraídas en la Reserva Alberto Manuel Brenes, San Ramón. . . . . | 91  |
| 5.2. Profundidad del centro de la capa desde la superficie de referencia y concentración de actividad de las muestras de sedimento. . . . .   | 92  |
| 5.3. Profundidad del centro de la capa desde la superficie de referencia y concentración de actividad de las muestras de sedimento suavizadas por el método de media móvil. . . . .                   | 93  |
| 5.4. Comparación entre las concentraciones de actividad medidas en las muestras de sedimento suavizadas con respecto a la concentración de actividad estimada por el modelo CIC. . . . .              | 96  |
| 5.5. Comparación entre las concentraciones de actividad medidas en las muestras de sedimento con respecto a la concentración de actividad estimada por el modelo CIC. . . . .                         | 97  |
| 5.6. Comparación entre las concentraciones de actividad medidas en las muestras de sedimento suavizadas con respecto a la concentración de actividad estimada por el modelo CRS . . . . .             | 99  |
| 5.7. Comparación entre las concentraciones de actividad medidas en las muestras de sedimento suavizadas con respecto a la concentración de actividad estimada por el modelo CRS. . . . .              | 99  |
| 5.8. Comparación de los resultados del análisis por los modelos CIC y CRS suavizados utilizando los datos obtenidos de $^{210}\text{Pb}$ para la Reserva Alberto Manuel Brenes, San Ramón. . . . .    | 102 |
| 5.9. Comparación de los resultados del análisis por los modelos CIC y CRS utilizando los datos obtenidos de $^{210}\text{Pb}$ para la Reserva Alberto Manuel Brenes, San Ramón. . . . .               | 103 |
| D.1. Serie del torio ( $^{232}\text{Th } 4n$ ). . . . .   | 138 |
| D.2. Serie del neptunio ( $^{237}\text{Np } 4n + 1$ ). . . . .  | 139 |
| D.3. Serie del uranio ( $^{238}\text{U } 4n + 2$ ). . . . .   | 140 |

D.4. Serie del actinio ( $^{235}\text{U}$   $4n + 3$ ). . . . . 141

## Lista de figuras

|  |    |
|--|----|
| 1.1. Función de distribución de carga en diferentes núcleos. . . . .   | 4  |
| 1.2. Energía de ligadura por nucleón. . . . .  | 5  |
| 1.3. Potencial de barrera del proceso de desintegración $\alpha$ . . . . .   | 12 |
| 1.4. Series de desintegración natural. . . . .   | 20 |
| 1.5. Tipos de equilibrio en series de desintegración. . . . .  | 23 |
| 1.6. Cadena de desintegración del $^{238}\text{U}$ . . . . .   | 24 |
| 1.7. Comportamiento de la intensidad de los fotones al pasar a través de un medio compuesto. . . . .   | 27 |
| 1.8. Sección eficaz de absorción en función de la energía del fotón en plomo. . . . .  | 28 |
| 1.9. Sección eficaz del efecto fotoeléctrico en plomo con respecto a la energía del fotón incidente en el material. . . . .  | 30 |
| 1.10. Ejemplos de espectros de emisión gamma de una fuente monoenergética para energías (a) $E_\gamma$ menor a 1,022 MeV y (b) $E_\gamma$ mayor a 1,022 MeV. . . . .                             | 37 |
| 1.11. Esquema de las bandas en los diferentes tipos de materiales según el paso de corriente a través del material. . . . .  | 38 |
| 1.12. Tipos de geometría de un detector HPGe. . . . .  | 41 |
| 1.13. Diagrama de procesamiento de señales de un detector de radiación gamma. . . . .  | 42 |
| 1.14. Circuito descriptivo para los diferentes modos de funcionamiento de un preamplificador (A) <i>Voltaje sensitive</i> . (B) <i>Current sensitive</i> . (C) <i>Charge sensitive</i> . . . . . | 44 |
| 1.15. Clasificación de los tipos de pulsos y el ruido electrónico de los circuitos que los generan. . . . .  | 45 |
| 1.16. Gráfico de número de cuentas detectadas contra el número de eventos reales. . . . .  | 48 |
| 1.17. Método para estimar el FWHM por interpolación de canales. . . . .  | 51 |
| 1.18. Curva de eficiencia de los detectores de germanio hiperpuro Canberra. . . . .  | 52 |
| 1.19. Diagrama del factor geométrico que se muestra entre una fuente y un detector. . . . .  | 53 |
| 1.20. Curva de eficiencia de un detector de germanio hiperpuro. . . . .  | 54 |
| 1.21. Método de Quittner para calcular el área del un fotopico específico. . . . .   | 57 |
| 1.22. Diagrama del método de desmontado de picos. . . . .  | 58 |

|   |     |
|---|-----|
| 1.23. Diagrama de flujo del análisis por espectroscopía gamma de una muestra.   | 61  |
| 2.1. Diagrama de agregación del $^{210}\text{Pb}$ en sedimentos, el modelo se basa en la deposición del plomo atmosférico por medio de los aerosoles ambientales en el suelo. . . . .   | 64  |
| 2.2. Idealización de la desintegración del $^{210}\text{Pb}$ en una capa de sedimentos. .   | 65  |
| 2.3. Diagrama clasificación de los modelos radiocronológicos implementados.   | 68  |
| 2.4. Diagrama de inventario incompleto. . . . .   | 72  |
| 4.1. Mapa de la Reserva biológica Alberto Manuel Brenes. . . . .  | 84  |
| 4.2. Zona de extracción de las muestras de suelo sedimentario de la Reserva Alberto Manuel Brenes, en San Ramón . . . . .   | 85  |
| 4.3. Calibración en energía del MCA realizado con una fuente de $^{241}\text{Am}$ . . .   | 86  |
| 4.4. Calibración por eficiencia utilizada para las muestras de suelo con un frasco Marinelli. . . . .   | 87  |
| 4.5. Montaje del sistema de espectroscopía gamma del Laboratorio de Espectrometría Gamma del CICANUM utilizado en la investigación. . . . .   | 88  |
| 5.1. Diagrama para el perfil de profundidad en las muestras extraídas en la Reserva Alberto Manuel Brenes, San Ramón. . . . .   | 91  |
| 5.2. Gráfico de concentración de la actividad $C$ ( $\text{Bq} \cdot \text{kg}^{-1}$ ) contra posición del centroide $z_i^c$ (cm). Modelo CIC utilizando los datos de la tabla 5.3. .   | 94  |
| 5.3. Gráfico de concentración de la actividad $C$ ( $\text{Bq} \cdot \text{kg}^{-1}$ ) contra posición del centroide $z_i^c$ (cm). Modelo CIC utilizando los datos de la tabla 5.2. .   | 97  |
| 5.4. Gráfico de concentración de la actividad de los datos suavizados por media móvil $C$ ( $\text{Bq} \cdot \text{kg}^{-1}$ ) contra posición suavizada del centroide $z_i^c$ (cm). Modelo CRS utilizando los datos de la tabla 5.3. . . . . | 100 |
| 5.5. Gráfico de concentración de la actividad de las muestras de suelo $C$ ( $\text{Bq} \cdot \text{kg}^{-1}$ ) contra posición del centroide $z_i^c$ (cm). Modelo CRS utilizando los datos de la tabla 5.2. . . . .                          | 101 |
| 5.6. Gráfico comparativo entre los modelos CIC y CRS suavizado y sin suavizar con los datos obtenidos de la Reserva Alberto Manuel Brenes, San Ramón. . . . .   | 105 |
| B.1. Espectros de emisión gamma obtenidos para la muestra SE1143EN, con una geometría tipo Marinelli de 500 mL. . . . .   | 123 |

|   |     |
|---|-----|
| B.2. Espectros de emisión gamma obtenidos para la muestra SE1144EN, con una geometría tipo Marinelli de 200 mL. . . . . | 124 |
| B.3. Espectros de emisión gamma obtenidos para la muestra SE1145EN, con una geometría tipo Marinelli de 500 mL. . . . . | 124 |
| B.4. Espectros de emisión gamma obtenidos para la muestra SE1146EN, con una geometría tipo Marinelli de 500 mL. . . . . | 125 |
| B.5. Espectros de emisión gamma obtenidos para la muestra SE1147EN, con una geometría tipo Marinelli de 500 mL. . . . . | 125 |
| B.6. Espectros de emisión gamma obtenidos para la muestra SE1148EN, con una geometría tipo Marinelli de 500 mL. . . . . | 126 |
| B.7. Espectros de emisión gamma obtenidos para la muestra SE1149EN, con una geometría tipo Marinelli de 500 mL. . . . . | 126 |

## Lista de abreviaturas

|       |   |
|-------|---|
| ADC   | Conversor analógico-digital ( <i>Analogic-to-digital converter</i> )                                    |
| CIC   | Modelo de concentración inicial constante ( <i>Constant Initial Concentration</i> )                     |
| CRS   | Modelo de flujo de suministro constante ( <i>Constant Supply Rate</i> )                                 |
| CS    | Modelo de sedimentación constante ( <i>Constant Sedimentation</i> )                                     |
| CF/CS | Modelo de sedimentación constante y flujo constante ( <i>Constant Flux and Constant Sedimentation</i> ) |
| FGD   | Regla dorada de Fermi ( <i>Fermi's golden rule</i> )  |
| HPGe  | Germanio hiperpuro ( <i>Hyperpure Germanium</i> )   |
| MAR   | Tasa de acumulación de masa ( <i>Mass Accumulation Rate</i> )   |
| MCA   | Analizador multicanal ( <i>Multichannel Analyzer</i> )  |
| PF    | Modelo de flujo periódico ( <i>Periodic Flux</i> )  |
| SAR   | Tasa de acumulación de sedimento ( <i>Sediment Accumulation Rate</i> )                                  |
| SCA   | Analizador unicanal ( <i>Singlechannel Analyzer</i> )   |
| WKBJ  | Wentzel-Kramers-Brillouin-Jeffreys  |



UNIVERSIDAD DE  
COSTA RICA

SEP Sistema de  
Estudios de Posgrado

**Autorización para digitalización y comunicación pública de Trabajos Finales de Graduación del Sistema de Estudios de Posgrado en el Repositorio Institucional de la Universidad de Costa Rica.**

Yo, José Carlos Castillo Fallas, con cédula de identidad 2 0683 0057, en mi condición de autor del TFG titulado Datación por 210Pb y 137Cs en suelos sedimentarios

Autorizo a la Universidad de Costa Rica para digitalizar y hacer divulgación pública de forma gratuita de dicho TFG a través del Repositorio Institucional u otro medio electrónico, para ser puesto a disposición del público según lo que establezca el Sistema de Estudios de Posgrado. SI  NO \*

\*En caso de la negativa favor indicar el tiempo de restricción: \_\_\_\_\_ año (s).

Este Trabajo Final de Graduación será publicado en formato PDF, o en el formato que en el momento se establezca, de tal forma que el acceso al mismo sea libre, con el fin de permitir la consulta e impresión, pero no su modificación.

Manifiesto que mi Trabajo Final de Graduación fue debidamente subido al sistema digital Kerwá y su contenido corresponde al documento original que sirvió para la obtención de mi título, y que su información no infringe ni violenta ningún derecho a terceros. El TFG además cuenta con el visto bueno de mi Director (a) de Tesis o Tutor (a) y cumplió con lo establecido en la revisión del Formato por parte del Sistema de Estudios de Posgrado.

**FIRMA ESTUDIANTE**

Nota: El presente documento constituye una declaración jurada, cuyos alcances aseguran a la Universidad, que su contenido sea tomado como cierto. Su importancia radica en que permite abreviar procedimientos administrativos, y al mismo tiempo genera una responsabilidad legal para que quien declare contrario a la verdad de lo que manifiesta, puede como consecuencia, enfrentar un proceso penal por delito de perjurio, tipificado en el artículo 318 de nuestro Código Penal. Lo anterior implica que el estudiante se vea forzado a realizar su mayor esfuerzo para que no sólo incluya información veraz en la Licencia de Publicación, sino que también realice diligentemente la gestión de subir el documento correcto en la plataforma digital Kerwá.

# 1 Introducción

## 1.1 Estructura nuclear

El núcleo atómico está compuesto por protones y neutrones, los cuales se encuentran ligados mediante interacción nuclear fuerte dentro de una región acotada. La interacción entre nucleones es un fenómeno complejo. Por su parte, el concepto de interacción nuclear fuerte entre nucleones desde la cromodinámica cuántica (Teoría fundamental de la interacción fuerte) se analiza utilizando modelos fenomenológicos (Basdevant, Rich, y Spiro, 2005). Aún con esta limitante, se puede modelar la interacción de nucleones utilizando el potencial de Yukawa (1.1).

$$V_{\text{Yukawa}}(r) = g \frac{\hbar c}{r} \exp\{-r/r_0\}. \quad (1.1)$$

Donde  $g$  es una constante de acople adimensional y depende de la naturaleza de la interacción entre nucleones, para el caso de los protones y neutrones,  $g \simeq 14,5$  y corresponde a una distancia de interacción  $r_0 \simeq 1,4$  fm. La distancia la establece el mesón  $\pi^0$  (pion), responsable de mediar la interacción fuerte entre los componentes del núcleo (Basdevant et al., 2005).

Los nucleidos<sup>1</sup> se caracterizan por el número de protones  $Z$  y el número de neutrones  $N$  que componen su estructura. El número másico o número de nucleones  $A$  es la suma de protones y neutrones del núcleo. Además, las características físicas de cada núcleo están asociadas a la cantidad y distribución de nucleones. Los nucleidos se agrupan de la siguiente forma (Basdevant et al., 2005):

- **Isótopos:** son nucleidos con un número másico  $A$  diferente, pero tienen el mismo número de protones  $Z$ . Los isótopos muestran propiedades químicas similares, pero diferentes características nucleares. Por ejemplo, el  $^{210}_{82}\text{Pb}$  y el  $^{206}_{82}\text{Pb}$  el primero es inestable, es decir, que va a desintegrarse en algún momento. Mientras el otro isótopo de plomo es estable, en otras palabras, no va a desintegrarse por medios naturales.
- **Isóbaros:** son nucleidos con un número másico  $A$  igual, pero tienen diferente

---

<sup>1</sup>Tanto nucleido como el núcleo atómico se definen como un conjunto complejo de nucleones. La palabra nucleón se utiliza para referirse a un protón o un neutrón agrupándolos como un conjunto de componentes fundamentales del núcleo e indistinguibles entre sí (Wong, 2008).

número de protones  $Z$ . Algunos isóbaros muestran frecuentemente características nucleares semejantes, sin embargo sus características químicas son distintas. Por ejemplo,  $^{40}_{20}\text{Ca}$  y  $^{40}_{18}\text{Ar}$ , ambos núcleos son estables, además, poseen el mismo valor de paridad y *momentum* angular, pero químicamente uno es un metal y el otro es un gas noble.

- **Isótonos:** son nucleidos con el mismo número de neutrones  $N$ , pero diferente número másico  $A$ . Los isótonos tienen características electrónicas y nucleares distintas. Por ejemplo,  $^{14}_6\text{C}$  y  $^{16}_8\text{O}$ , el primero se desintegra emitiendo una partícula  $\beta$  y se transforma en  $^{14}_5\text{N}$ . Por otro lado, el  $^{16}_8\text{O}$  es un nucleido estable. Los comportamientos químicos del carbono y el oxígeno son diferentes.
- **Isómeros:** son estados excitados que tienen una duración mayor a un segundo<sup>2</sup>. Los isómeros también se conocen como estados metaestables<sup>3</sup> de un nucleido. Por ejemplo,  $^{137}_{56}\text{Ba}$  y  $^{137m}_{56}\text{Ba}$  que son ambos producidos por la desintegración  $\beta^+$  del  $^{137}_{55}\text{Cs}$ , el isómero tiene una semivida de 2,552 min<sup>4</sup>.

Los núcleos, además, tienen otras características importantes como el **radio medio de masa**, el cuál describe el espacio que ocupan los nucleones al estar ligados dentro de la región del núcleo, la **masa nuclear** y la **energía de ligadura**; estos se explican más adelante en esta sección. El radio medio del núcleo se describe a partir de la suma de los volúmenes medios de cada nucleón. Para un núcleo estable<sup>5</sup>, el radio medio de masa es:

$$R(A) = A^{1/3}r_0. \quad (1.2)$$

Donde  $r_0 = 1,2$  fm. El radio  $R(A)$  se interpreta como una probabilidad de encontrar los nucleones en una región de simetría esférica de radio  $R$ , a diferencia de una frontera bien definida como en mecánica clásica. Continuando con la noción estadística, se define el

<sup>2</sup>Las transiciones nucleares suelen durar entre los  $10 \times 10^{-15}$  a  $10 \times 10^{-14}$  segundos (Basdevant et al., 2005)

<sup>3</sup>Un estado metaestable es una condición intermedia entre el equilibrio estable y el equilibrio inestable. Es decir, el sistema tiene un valor umbral para regresar al punto de equilibrio (Blatt y Weisskopf, 1971).

<sup>4</sup>Consultado de la tabla nucleidos del Organismo Internacional de Energía Atómica (IAEA - Nuclear Data Service, 2019).

<sup>5</sup>Los núcleos estables tienen simetría esférica (Krane y Halliday, 1988).

valor esperado del radio utilizando el radio cuadrático medio del núcleo, definido como:

$$\langle r_{rms} \rangle^2 = \frac{\int d\vec{r} r^2 \rho(\vec{r})}{\int d\vec{r} \rho(\vec{r})}. \quad (1.3)$$

Donde  $\rho(\vec{r})$  es la función de distribución de carga dentro un núcleo o distribución de carga del núcleo. La forma de esta distribución se obtiene de los experimentos con dispersión de electrones de alta energía los cuales pueden penetrar el interior del núcleo (Krane y Halliday, 1988; Basdevant et al., 2005). La función de distribución de carga varía entre los núcleos de diferentes maneras, como se muestra en la figura 1.1. Además, se representa matemáticamente con una distribución de Wood-Saxon:

$$\rho(\vec{r}) = \frac{\rho_0}{1 + \exp\left\{\left(\frac{r-c}{z}\right)\right\}}. \quad (1.4)$$

Donde  $\rho_0$  es la densidad de nucleones y es aproximadamente  $0,16 \pm 0,02$  [nucleones  $\cdot$  fm $^{-3}$ ];  $c$  es la distancia desde el centro del núcleo hasta el punto donde la función de distribución se vuelve  $\rho_0/2$ ;  $z$  es el parámetro de “difusión” (también se le llama “grosor”) del núcleo, y es el intervalo en que la densidad del núcleo pasa de un  $0,9\rho_0$  a  $0,1\rho_0$ . Según la ecuación 1.4, el volumen de un núcleo se podría visualizar como una esfera donde se encuentra la mayor concentración de nucleones y su superficie como una corteza nuclear, donde los nucleones reducen su concentración. Es una interpretación diferente a la de una esfera sólida cargada (Ferrer Soria, 2006; Krane y Halliday, 1988).

La masa nuclear  $M(A, Z)$  se determina a partir de la masa del núcleo en su estado fundamental. Esta se define por la siguiente ecuación:

$$M(A, Z)c^2 = Zm_p c^2 + (A - Z)m_n c^2 - B(A, Z). \quad (1.5)$$

Donde  $B(A, Z)$  es la energía de ligadura del nucleón,  $m_p$  es la masa del protón y  $m_n$  es la masa del neutrón.

La energía de ligadura es la energía atractiva que experimentan los nucleones, esta se opone a la energía potencial electrostática de repulsión asociada a los protones. Por ejemplo, a partir del potencial de Coulomb de repulsión entre dos protones a una distancia de 1,00 fm, la energía potencial eléctrica de repulsión es aproximadamente 1,44 MeV. La energía de ligadura en núcleos es la energía potencial atractiva necesaria para mantener unidos los nucleones. En núcleos con número másico  $30 < A < 200$

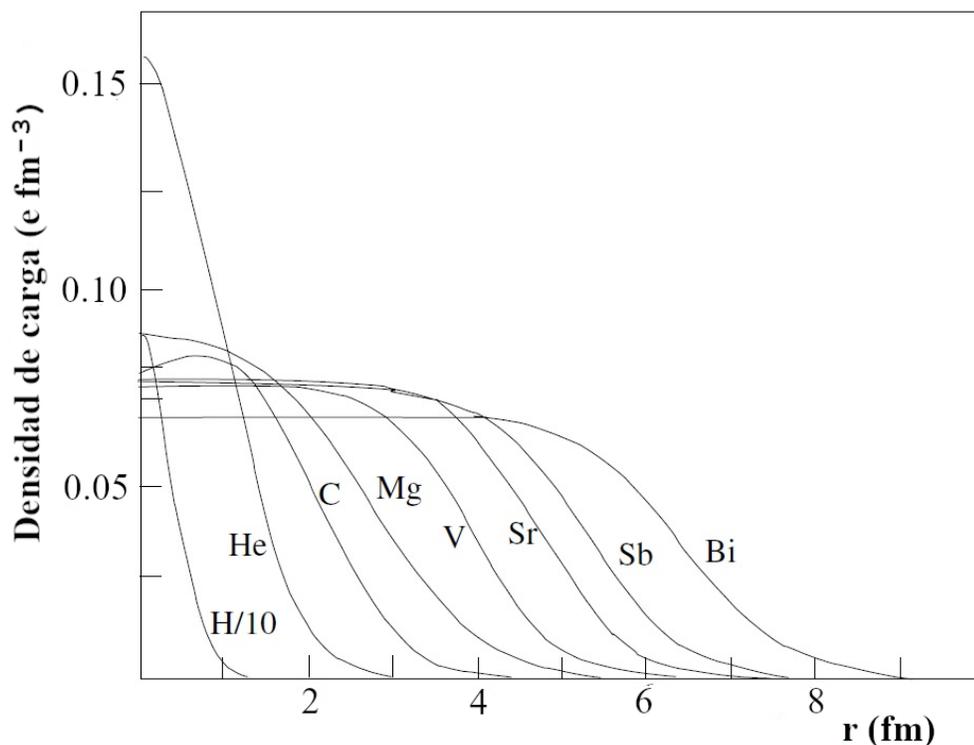


Figura 1.1: Función de distribución de carga en diferentes núcleos. Esta información es obtenida por la técnica de dispersión de electrones de alta energía sobre el núcleo. Fuente: Basdevant et al. (2005, p. 13).

la energía de ligadura promedio por nucleón  $B/A$  es aproximadamente de 8 MeV, representado por la línea verde punteada de la figura 1.2. Además, el valor máximo de  $B/A$  se observa en el  $^{56}\text{Fe}$  ( $A \approx 56$ ) (Wong, 2008); para núcleos más pesados, la energía de ligadura por nucleón decrece, debido al incremento de la energía de repulsión electrostática entre protones, como se observa en la figura 1.2.

## 1.2 Desintegración nuclear

La **radioactividad** es el proceso por el cual un núcleo inestable, o radionucleido, se desintegra en uno o varios productos y alcanzan un estado de energía menor (Ferrer Soria, 2006). Los procesos más comunes de desintegración nuclear se clasifican según la emisión de partículas  $\alpha$  y  $\beta$ , o fotones  $\gamma$ . Estas son:

- **Emisión  $\alpha$ :** el núcleo emite una partícula alfa (un núcleo atómico de  $^4_2\text{He}$ ).
- **Emisión  $\beta$ :** la desintegración beta de un núcleo inestable se clasifica en tres tipos

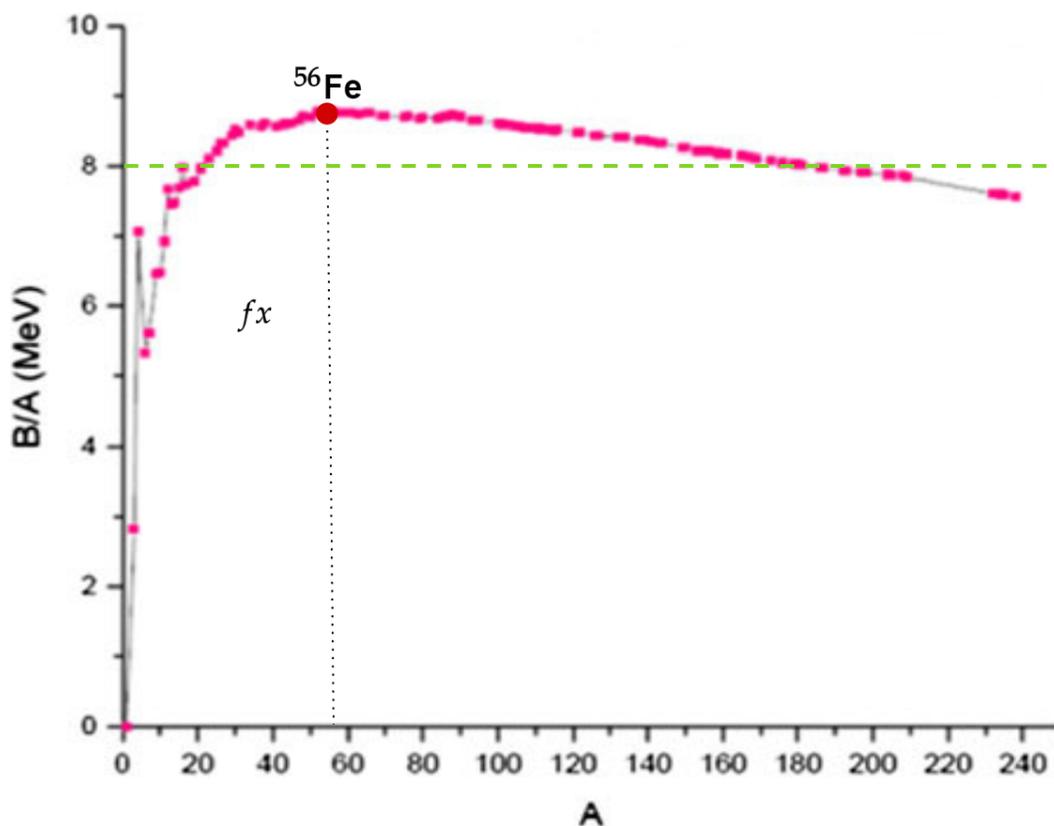


Figura 1.2: Energía de ligadura por nucleón, el punto máximo de energía de ligadura está definido por la energía de ligadura del núcleo de  $^{56}\text{Fe}$ . La línea verde punteada representa la energía por nucleón  $B/A$  promedio. Fuente: Ghahramany et al. (2012, p. 4).

**Emisión  $\beta^-$ :** el núcleo emite un electrón ( $e^-$ ) y un antineutrino electrónico ( $\bar{\nu}_e$ ).

**Emisión  $\beta^+$ :** el núcleo emite un positrón ( $e^+$ ) y un neutrino electrónico ( $\nu_e$ ).

**Captura electrónica:** el núcleo absorbe un electrón de la capa más interna emitiendo radiación de frenado (*Bremmstrahlung*) y un neutrino electrónico, este fenómeno se asemeja a la desintegración  $\beta^+$ , pero no emite ningún leptón, como los dos anteriores.

- **Emisión  $\gamma$ :** el núcleo inicialmente en un estado excitado; emite un fotón y pasa a un estado permitido de menor energía (desexcitación del núcleo).

Los procesos de desintegración anteriormente descritos son fenómenos aleatorios, donde, un núcleo inestable tenderá a la estabilidad alcanzando un estado de menor energía. Por tanto, va a desintegrarse o desexcitarse. Los radionucleidos del mismo tipo

se van a desintegrar siguiendo la ley de desintegración radioactiva y es descrita a partir del número de desintegraciones por unidad de tiempo, o actividad radiactiva de una sustancia (Segrè, 1953). Esta ley está representada por la siguiente ecuación diferencial:

$$\frac{dN}{dt} = -\lambda N(t) = A(t). \quad (1.6)$$

Donde  $N$  es el número de desintegraciones, y  $\lambda$  es la constante de desintegración radiactiva (Ferrer Soria, 2006). La actividad es el número total de desintegraciones por unidad de tiempo  $A(t) = \frac{dN}{dt}$ . Además, es proporcional a su derivada temporal,

$$\frac{dA}{dt} = -\lambda A(t). \quad (1.7)$$

Tanto el número de desintegraciones como la actividad tienen un comportamiento exponencial en su evolución temporal (Martin, 2008; Ferrer Soria, 2006).

La ley de desintegración es un comportamiento colectivo. En contraste, el comportamiento de un único núcleo inestable no cumple la ley de desintegración radiactiva, por la naturaleza cuántica del proceso (Krane y Halliday, 1988; Segrè, 1953).

El término  $\lambda$  de la ley de desintegración natural tiene unidades inversas de tiempo. El valor de  $\lambda$  en las ecuaciones 1.6 y 1.7 son indicadores de la razón de disminución de actividad en el tiempo. Además, está relacionado el concepto de vida media de un radionucleido. Esta se define como (Martin, 2008),

$$\tau = \frac{\int_0^{\infty} tN(t) dt}{\int_0^{\infty} N(t) dt} = \frac{1}{\lambda}. \quad (1.8)$$

Por otro lado, la semivida o semiperiodo es el tiempo necesario para que el número de desintegraciones se reduzca a la mitad (Krane y Halliday, 1988).

$$T_{1/2} = \frac{\ln(2)}{\lambda}. \quad (1.9)$$

Los valores de vida media y semivida son inversamente proporcionales al valor de  $\lambda$  según las ecuaciones 1.8 y 1.9. Esto se interpreta como la rapidez de desintegración. Cuanto mayor sea el valor de  $\lambda$ , menor es el tiempo medio y semivida de la sustancia. Por ejemplo,  $\lambda_{238\text{U}} < \lambda_{210\text{Pb}}$  eso implica que el tiempo medio de desintegración del  $^{238}\text{U}$  es mayor al tiempo de  $^{210}\text{Pb}$  (Ferrer Soria, 2006).

En el proceso de desintegración, existe la posibilidad de observar diferentes tipos

de desintegración de un mismo radionucleido madre, generando más de un estado final posible. Por tanto, la constante de desintegración total se obtiene a partir de la suma de la constante de desintegración asociadas a cada estado final posible,  $\lambda_i$  (*branching ratio*):

$$\lambda_t = \sum_i \lambda_i. \quad (1.10)$$

Se les llama *cocientes de desintegración* a la razón entre la constante de desintegración de un estado  $i$ , y  $\lambda_t$  y la constante de desintegración total (Ferrer Soria, 2006). La cantidad de partículas de cada estado final depende del *branching ratio* de cada proceso. Y este parámetro se asocia a la probabilidad de transición de cada proceso.

Retomando el concepto de vida media, las técnicas de datación utilizan el comportamiento de la ley de desintegración radiactiva, para determinar la edad de una muestra, por ejemplo, utilizar las trazas de  $^{238}\text{U}$  para averiguar la edad de la Tierra (Bernal, Beramendi Orosco, Lugo-Ibarra, y Daesslé, 2010). El uso de ciertos radionucleidos en datación precisamente depende de la vida media, debido a que por este parámetro es posible dar la extensión de la fecha de interés y la precisión temporal por medir entre diferentes muestras. Por ejemplo, el  $^{210}\text{Pb}$  con una semivida de 22,20 años puede ser utilizado para datar eventos con una datación máxima de 150 años, este valor es aproximadamente 5 veces el valor de la vida media del  $^{210}\text{Pb}$  (P. G. Appleby y Oldfield, 1978). Por otro lado, la precisión se relaciona con el tiempo necesario para observar cambios en la actividad del nucleido, cuanto mayor sea la vida media, mayor es el tiempo en reducirse la actividad de la muestra, y mayor es el tiempo necesario para observar cambio en la actividad (Bernal et al., 2010).

### 1.2.1 Descripción cuántica del proceso de desintegración radiactiva

Desde el punto de vista estadístico, la ley de desintegración radioactiva se interpreta como probabilidad de transición de un nucleido (Wong, 2008; Ferrer Soria, 2006). Esta interpretación se relaciona con la aleatoriedad de cualquier proceso de desintegración visto cada núcleo como un sistema separado (Segrè, 1953). El número de nucleidos en un intervalo de tiempo  $dt$  se comporta de la siguiente forma:

$$N(t + dt) - N(t) = -N(t) dP. \quad (1.11)$$

Donde  $dP$  es la probabilidad de desintegración de los nucleidos del sistema (Segrè, 1953). Esta probabilidad además cumple la siguiente ecuación:

$$dP = \lambda dt . \quad (1.12)$$

La ecuación 1.11 y 1.12 son una interpretación de la variación del número de nucleones de la ecuación 1.6 (Basdevant et al., 2005). Por otro lado, la probabilidad de desintegración  $P$  se comporta como una distribución de Poisson (Segrè, 1953). Esta concepción estadística envuelve la naturaleza cuántica de los procesos de desintegración radioactiva (Wong, 2008). Primero, es necesario contextualizar a un nucleido inestable como el estado particular de una función de onda (Ferrer Soria, 2006). Por eso, se define la función de onda con una energía  $E_A$ , es decir:

$$\Psi(\vec{r}, t) = \psi(\vec{r}) e^{-i \frac{E_A}{\hbar} t} . \quad (1.13)$$

Donde  $\psi(\vec{r})$  describe los estados estacionarios de la función de onda. Por otra parte, el término  $e^{-i \frac{E_A}{\hbar} t}$  representa la evolución temporal de la ecuación de onda. Para un núcleo estable el valor esperado de la energía es  $E_A$ , este es único y todos los núcleos en ese estado muestran la misma energía. Por otro lado, en el caso de un núcleo inestable, la energía del estado debe contener a la probabilidad de desintegrarse, en este caso la energía del sistema es:

$$E_A = E_a - i \frac{\hbar \lambda_a}{2} . \quad (1.14)$$

Donde  $E_a$  es el valor esperado del estado  $A$ , y  $\lambda_a$  es la probabilidad de desintegración del nucleido (Wong, 2008). Utilizando la ecuación 1.14 en 1.13. La función de onda para un radionucleido es:

$$\Psi(\vec{r}, t) = \psi(\vec{r}) e^{-i \frac{E_a}{\hbar} t - \frac{\lambda_a t}{2}} . \quad (1.15)$$

La nueva función de onda describe un sistema alrededor del valor esperado de la energía, en contraste, con la ecuación de onda de un nucleido estable. Por tanto, la función de onda de un nucleido inestable se representa como la superposición de todos esos estados posibles de energía alrededor del valor esperado  $E_a$ . Por lo cuál, la función

de onda de un estado inestable corresponde a:

$$\Psi(\vec{r}, t) = \psi(\vec{r}) \int a(E) e^{-i\frac{E}{\hbar}t} dE. \quad (1.16)$$

Donde  $E$  es una variable de energía continua.  $a(E)$  es la amplitud de probabilidad de encontrar la onda en un estado energético  $E$ . Comparando las ecuaciones 1.16 y 1.15, la probabilidad de desintegración del núcleo cumple la siguiente ecuación:

$$e^{-\frac{\lambda t}{2}} = \int a(E) e^{-i\frac{E - E_a}{\hbar}t} dE. \quad (1.17)$$

Aplicando una transformada a la ecuación 1.17, se obtiene la probabilidad de encontrar un estado excitado en la energía  $E$  y es el cuadrado de la amplitud de probabilidad:

$$|a(E)|^2 = \frac{1}{4\pi^2} \frac{1}{(E - E_a)^2 + (\Gamma_a/2)^2}. \quad (1.18)$$

Donde  $\Gamma_a = \hbar\lambda_a$  es el ancho natural para la distribución de energía alrededor del estado  $E_a$  (Wong, 2008; Ferrer Soria, 2006). El parámetro  $\lambda$  de la ley de desintegración radioactiva, se asocia a la probabilidad de transición de niveles de los estados de un nucleido, esta transición siempre sucede de un estado inestable (de ahora en adelante se llamará estado inicial) a un estado más estable (de ahora en adelante se llamará final). La desintegración es un proceso que depende del tiempo, por esa razón se considera, que el potencial que describe el Hamiltoniano de sistema, tiene una componente temporal, y esta se expresa utilizando la siguiente ecuación,

$$\mathcal{H}(\vec{r}, t) = \mathcal{H}_0(\vec{r}, 0) + \mathcal{V}(t). \quad (1.19)$$

Donde  $\mathcal{H}_0(\vec{r}, 0)$  es la componente del Hamiltoniano sin perturbación.  $\mathcal{V}(t)$  es la perturbación dependiente del tiempo del sistema. Utilizando la teoría de perturbaciones dependientes del tiempo, en estados que se encuentran en el espectro continuo de energía, se obtiene la **regla de oro de Fermi** (F.G.D. *Fermi's golden rule*); esta ecuación se utiliza para calcular la tasa de transiciones por unidad de tiempo de la función de onda (Ferrer Soria, 2006; Wong, 2008). Por su parte, la tasa de transiciones es una interpretación en este caso de la constante de desintegración radioactiva, esta se expresa como:

$$\lambda = \frac{2\pi}{\hbar} |\langle \psi_f(\vec{\mathbf{r}}) | \mathcal{V}(t) | \psi_i(\vec{\mathbf{r}}) \rangle|^2 \rho(E_f). \quad (1.20)$$

Donde  $\psi_f(\vec{\mathbf{r}})$  y  $\psi_i(\vec{\mathbf{r}})$  son las ecuaciones de onda estacionarias, de los estados inicial y final.  $\rho(E_f)$  es la densidad de estados final del sistema. El potencial  $\mathcal{V}(t)$  depende del tipo de desintegración por tratar. Por ejemplo, si se analiza el caso de desintegración por emisión gamma, el potencial por utilizar está descrito por la teoría de transiciones multipolares del núcleo (Wong, 2008). Seguidamente se describen las propiedades de los procesos de desintegración radiactiva más comunes mencionados al inicio de la sección.

### 1.2.2 Desintegración alfa

La desintegración  $\alpha$ , o fisión espontánea, es el proceso donde un núcleo inestable (madre) se separa en dos partículas:

1. Un núcleo ligero (partícula  $\alpha$ ) y
2. Un núcleo atómico pesado (hija).

La emisión de partículas  $\alpha$  está asociada a radionucleidos con un número de nucleones  $A > 140$ . A estos se les considera potenciales emisores  $\alpha$  (Basdevant et al., 2005).

El proceso de desintegración  $\alpha$  toma las siguientes consideraciones: cuando el núcleo madre se divide en una hija y una partícula  $\alpha$ , es necesario considerar la dinámica de las partículas formadas tomando en cuenta las leyes de conservación de la energía y la cantidad de movimiento del sistema. Específicamente, si el núcleo madre se encuentra en reposo justo antes de la desintegración se tiene la siguiente ecuación de energía:

$$M_M c^2 = M_H c^2 + m_\alpha c^2 + T_H + T_\alpha. \quad (1.21)$$

Donde  $M_M$ ,  $M_H$  y  $m_\alpha$  son las masas en reposo del radionucleido madre, nucleido hija y la partícula  $\alpha$  liberada, respectivamente. La energía cinética del nucleido hija y partícula  $\alpha$  está descrita por  $T_H$  y  $T_\alpha$ . La energía cinética liberada en el proceso se relaciona con valor  $Q$  de la reacción.  $Q$  es la diferencia de energía entre las masas en reposo de los núcleos madre e hija y la partícula  $\alpha$ , es decir,

$$(M(A, Z) - M(A - 4, Z - 2) + M(4, 2))c^2 = Q = T_H + T_\alpha. \quad (1.22)$$

Tomando en cuenta el principio de conservación de la cantidad de movimiento lineal y la

descripción de la energía cinética de los núcleos, se cumplen las siguientes condiciones:

$$\begin{aligned} T_H &= \frac{1}{2}M_H v_H^2 \text{ y} \\ T_\alpha &= \frac{1}{2}m_\alpha v_\alpha^2. \end{aligned} \tag{1.23}$$

Además:

$$\begin{aligned} \vec{\mathbf{p}}_H &= \vec{\mathbf{p}}_\alpha \\ \implies \vec{\mathbf{v}}_H &= \frac{m_\alpha}{M_H} \vec{\mathbf{v}}_\alpha. \end{aligned} \tag{1.24}$$

Como la masa de  $M_H \gg m_\alpha$ , la ecuación 1.24 cumple la siguiente condición  $v_\alpha \gg v_H$ . En consecuencia, las ecuaciones de la energía cinética de la partícula alfa y el núcleo hija son las siguientes:

$$\begin{aligned} T_\alpha &= \frac{1}{1 + \frac{m_\alpha}{M_H}} Q \approx \left(1 - \frac{m_\alpha}{M_H}\right) Q \text{ y} \\ T_H &= Q - T_\alpha \approx \frac{m_\alpha}{M_H} Q. \end{aligned} \tag{1.25}$$

Esto conlleva a que el proceso de desintegración alfa debe ser exotérmico, y que la mayor cantidad de energía liberada sea transferida a la partícula  $\alpha$  (Basdevant et al., 2005).

### 1.2.2.1 Potencial de barrera de Coulomb, Teoría de Gámov y Ley de Geiger-Nuttal

La Teoría de Gámov<sup>6</sup> para el proceso de desintegración alfa es descrita por el efecto túnel de la mecánica cuántica. El efecto túnel es una situación en la cual una partícula, descrita por una función de onda, pasa a través de una región clásicamente no permitida, es decir, pasa a través del potencial de barrera, aunque este tenga una energía mayor a la energía cinética de la partícula. Así, la partícula  $\alpha$  se transmite a través de un potencial de barrera compuesto por la repulsión de Coulomb y el potencial de atracción nuclear. El potencial, mostrado en la figura 1.3 es una aproximación matemática y tiene la siguiente forma:

$$V(r) = \begin{cases} -V_0 & r < R \\ \frac{k_c 2(Z-2)e^2}{r} & r > R. \end{cases} \tag{1.26}$$

---

<sup>6</sup>Georgiu Antonóvich Gámov también llamado George Gamow.

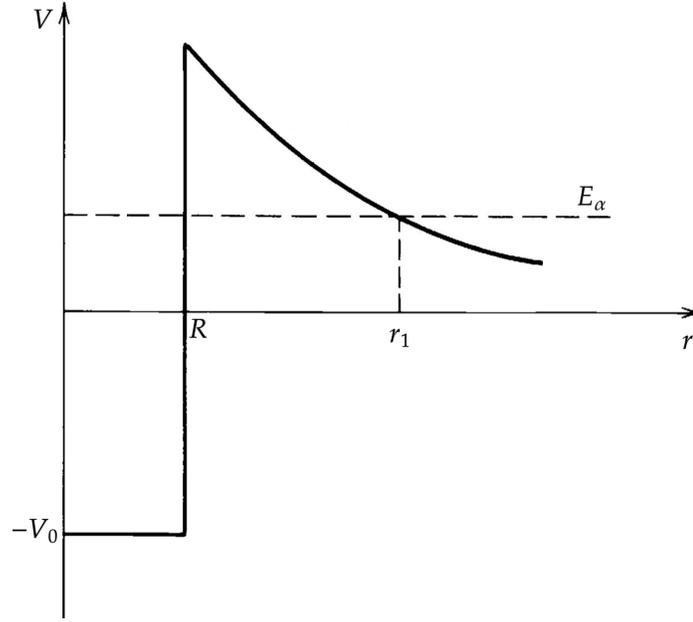


Figura 1.3: Potencial de barrera del núcleo utilizado en la teoría de desintegración  $\alpha$  de Gámov. Fuente: Krane y Halliday (1988, p. 251).

Donde la  $V_0$  es una aproximación al potencial de ligadura del núcleo,  $k_c$  es la constante de Coulomb. La teoría de Gámov plantea que el potencial de interacción de atracción-repulsión de la ecuación 1.26, solamente tiene un sentido físico mientras la partícula  $\alpha$  pasa por la zona “no permitida” (Takigawa y Washiyama, 2017).

A partir del método de WKBJ (Wentzel-Kramers-Brillouin-Jeffreys), se calcula el valor del coeficiente de transmisión para la partícula  $\alpha$ :

$$T = \exp \left\{ \frac{2}{\hbar} \int_R^{r_1} \left( 2\mu \left| \frac{k_c 2(Z-2)}{r_1} - \frac{k_c 2(Z-2)}{r} \right| \right) dr \right\} = e^{-2G}. \quad (1.27)$$

$r_1$  es el punto donde el potencial de barrera y la energía de la partícula son iguales,  $\mu$  es la masa reducida del sistema y  $G$  es el coeficiente de Gámov, y tiene la siguiente solución:

$$G = \frac{k_c 4(Z-2)e^2}{\hbar} \left( \arccos(x^{1/2}) - x^{1/2}(1-x)^{1/2} \right). \quad (1.28)$$

Donde  $x = R/r_1$  y  $v = (2m/E_\alpha)^{1/2}$ ,  $E_\alpha = k_c 2(Z-2)/r_1$  es la energía cinética de la partícula alfa a la hora de ser expulsada del núcleo. Para más detalles, el cálculo se encuentra en *Nuclei and particles: an introduction to nuclear and subnuclear physics* (Segrè, 1977).

Utilizando la aproximación,  $R \ll r_1$ , se obtiene la siguiente relación para el factor

de Gámov:

$$G = K_1 \frac{Z}{\sqrt{E_\alpha}} - K_2 \sqrt{(Z-2)R}. \quad (1.29)$$

Donde las constantes:

$$\begin{aligned} K_1 &= \frac{\pi\sqrt{2m}}{\hbar} \left( \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \right) = 1,980 \text{ MeV}^{1/2} \text{ y} \\ K_2 &= \frac{4\sqrt{m}}{\hbar} \left( \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \right)^{1/2} = 1,485 \text{ fm}^{-1/2}. \end{aligned} \quad (1.30)$$

La Teoría de Gámov es el fundamento de la ley o regla de Geiger-Nuttall. La Ley de Geiger-Nuttall consiste en una relación entre la constante de desintegración  $\lambda$  de un núcleo emisor de partículas alfa y la energía cinética de la partícula alfa emitida (Wong, 2008). Esta es una relación empírica con la forma:

$$\log \lambda = A + \frac{B}{\sqrt{E_\alpha}}. \quad (1.31)$$

La regla de Geiger-Nuttall establece que, cuanto mayor es la vida media de un radio-nucleido, es menor la energía de emisión de la partícula alfa. La vida media del núcleo se calcula a partir del coeficiente de transmisión de la ecuación de la partícula alfa, utilizando la relación  $\lambda \propto \exp\{-2G\}$ . Relacionando la constante de desintegración con la probabilidad de transmisión de la partícula alfa por efecto túnel (Heyde, 2004). La ley de Geiger-Nuttall en términos de la teoría de Gámov tiene la siguiente forma:

$$\log \lambda = - \frac{\overbrace{2K_1 Z \log e}^B}{\sqrt{E_\alpha}} + \underbrace{2K_2 \sqrt{(Z-2)R} \log e + \log \kappa}_A. \quad (1.32)$$

Donde  $\kappa$  es una constante asociada al proceso de desintegración alfa, esta se relaciona con la frecuencia del proceso de desintegración alfa (Krane y Halliday, 1988; Wong, 2008).

### 1.2.2.2 Transiciones de estado en los procesos de desintegración alfa

El cálculo anterior de la Teoría de Gámov no incluye el efecto de la cantidad de movimiento angular en el potencial de barrera. Este parámetro está presente siempre, debido a la interacción del *momentum* angular entre el nucleido madre, hija y partícula

$\alpha$ . El proceso de desintegración  $\alpha$  debe conservar la paridad, la cantidad de movimiento angular total y las proyecciones a lo largo del eje de propagación de la partícula alfa y el núcleo hija (Mang, 1964). Debido a la estructura de la partícula  $\alpha$ , el espín es cero<sup>7</sup>, lo que implica que el *momentum* angular de la partícula es puramente orbital  $L$ , el cual debe tener un valor de  $|I_f - I_i| \leq L \leq I_f + I_i$ , los cuales comprenden el valor del *momentum* angular del nucleido madre ( $I_i$ ) e hija ( $I_f$ ) (Krane y Halliday, 1988; Mang, 1964).

En el caso de la conservación de la paridad, únicamente permite transiciones pares, si la paridad de los estados inicial y final son iguales e impares, si la paridad de los nucleidos madre e hija son iguales. Por supuesto, si alguno de los núcleos, ya sea madre o hija, poseen espín cero o paridad cero, las transiciones a otros estados no son permitidas (Mang, 1964).

El efecto de la cantidad de movimiento angular en el sistema se ve reflejado con un aumento del potencial de repulsión, que en mecánica clásica recibe el nombre de potencial centrífugo, se puede observar como un corrimiento hacia el “aumento” en el potencial de barrera de Coulomb. En este caso el potencial observado está descrito como:

$$V(r) = \begin{cases} -V_0 & r < R \\ \frac{k_c 2(Z-2)e^2}{r} + \frac{l(l+1)\hbar^2}{2\mu r^2} & r > R. \end{cases} \quad (1.33)$$

Donde  $l$  representa el autovalor del *momentum* angular orbital de la partícula  $\alpha$ .

Las transiciones de estado a números de *momentum* angular superior son menos probables, esto se debe al aumento de la energía del potencial de barrera (Krane y Halliday, 1988). En todas las transiciones en las cuales el *momentum* angular de la hija y la madre son distintos, el núcleo hija se deforma de su configuración basal, esto ocasiona la emisión de un fotón  $\gamma$  asociado las bandas de rotación del núcleo de transición (Krane y Halliday, 1988; Mang, 1964).

### 1.2.3 Desintegración beta

El proceso de emisión beta es un proceso de desintegración donde el núcleo atómico libera un electrón o un positrón. A diferencia del proceso de emisión alfa, el núcleo madre y el núcleo hija tienen el mismo número másico después de la desintegración

---

<sup>7</sup>Un núcleo de helio-4 está compuesto por 2 protones y 2 neutrones que están en un mismo nivel energético, esto significa que cada uno de ellos tiene un espín de  $s = \pm\hbar/2$ , al sumar los espines de los nucleones, el espín total es nulo. Debido a esto, se considera a las partículas alfa como bosones (Cottingham, Greenwood, y Greenwood, 2001).

( $\Delta A = 0$ ). Aun así, en el proceso cambian el número de protones y neutrones en el núcleo. El proceso de desintegración beta está asociado a la interacción nuclear débil. Por su parte, la interacción nuclear débil es mediada por los bosones  $W$ , los cuales tienen una masa asociada (Wong, 2008).

En la fenomenología del proceso de desintegración beta, emite una partícula sin carga, además, con una masa muy pequeña, esta partícula se conoce como neutrino ( $\nu$ ). Su antipartícula es el antineutrino ( $\bar{\nu}$ ). Los neutrinos solo interactúan mediante fuerza débil y atracción gravitacional, por esa razón son partículas sumamente difíciles de observar (Segrè, 1977). Además, por características de la teoría débil los neutrinos del proceso de desintegración beta muestran una violación en la ley de conservación de la paridad. En consecuencia, los neutrinos solo muestran helicidad uno negativo, mientras los antineutrinos muestran helicidad uno (Segrè, 1977). El neutrino también tiene que contemplarse dentro de la ley de conservación del *momentum* angular y conservación de la energía del sistema (Segrè, 1977). Estas dos leyes de conservación se observan dentro del proceso de desintegración beta del tritio.

La dinámica del proceso de desintegración beta, se describe a partir del valor  $Q$  emitido, definido matemáticamente de la siguiente manera:

$$Q = T_f - T_i. \quad (1.34)$$

Donde  $T_f$  y  $T_i$  son las energías cinéticas de los estados antes y después de la desintegración. El valor de  $Q$  debe ser mayor a cero para que el proceso de desintegración beta ocurra (Wong, 2008).

El proceso de desintegración beta. La energía cinética máxima de la partícula beta es el valor de  $Q$ , del mismo modo la energía máxima del neutrino o antineutrino es  $Q$ . En el caso del núcleo hija, la energía cinética es aproximadamente nula, esto se debe a que la masa del núcleo es mucho mayor que las otras partículas emitidas. Por otro lado, se considera que el núcleo madre está en reposo, por tanto, se excluye la energía cinética inicial de la ecuación. La ecuación 1.34 se simplifica en la siguiente ecuación:

$$Q = T_\beta + T_\nu. \quad (1.35)$$

Donde  $T_\beta$  es la energía cinética de la partícula beta y  $T_\nu$  es la energía cinética del neutrino asociado al proceso. Existen tres tipos de procesos de desintegración beta. Estos se clasifican según la emisión de cada proceso. Los tipos son:

1. **Emisión beta negativa:** un núcleo inestable que tiene un exceso de neutrones, pasa a un estado de menor energía emitiendo electrón. El neutrón se convierte en un protón, además, el proceso requiere que se libere un antineutrino electrónico, para que se conserve la energía del sistema (Ashok y Thomas, 2003). El valor  $Q$  de la desintegración beta negativa es,

$$Q_{\beta^-} = M(A, Z)c^2 - M(A, Z + 1)c^2 - m_e c^2 - m_{\bar{\nu}} c^2 = T_{e^-} + T_{\bar{\nu}}. \quad (1.36)$$

Donde  $M(A, Z)$ ,  $M(A, Z + 1)$ ,  $m_e$  y  $m_{\bar{\nu}}$  son las masas en reposo del núcleo madre, el núcleo hija, el electrón y el antineutrino electrónico, respectivamente.  $T_{e^-}$  es la energía cinética del electrón y  $T_{\bar{\nu}}$  es la energía cinética del antineutrino (Ashok y Thomas, 2003). Un ejemplo de desintegración beta negativa es el  $^{23}\text{Ne}$  ( $^{23}\text{Ne} \rightarrow ^{23}\text{Na} + e^- + \bar{\nu}$ ) (Krane y Halliday, 1988).

2. **Emisión beta positiva:** un núcleo inestable que emite una partícula beta positiva (positrón o antielectrón) tiene un exceso de protones. Además, el núcleo emite un neutrino electrónico. El valor  $Q$  del proceso se describe matemáticamente como,

$$Q_{\beta^+} = M(A, Z)c^2 - M(A, Z - 1)c^2 - 2m_{e^+}c^2 - m_{\nu}c^2 = T_{e^+} - T_{\nu}. \quad (1.37)$$

Donde  $M(A, Z)$ ,  $M(A, Z - 1)$ ,  $m_e$  y  $m_{\nu}$  son las masas del núcleo madre, el núcleo hija, el positrón y el neutrino electrónico, respectivamente.  $T_{e^+}$  es la energía cinética del electrón y  $T_{\nu}$  es la energía cinética del neutrino. El término  $2m_{e^+}c^2$  incluye la energía necesaria para crear un antielectrón (Wong, 2008). Un ejemplo de desintegración beta positiva es el  $^{25}\text{Al}$  ( $^{25}\text{Al} \rightarrow ^{25}\text{Mg} + e^+ + \nu$ ) (Krane y Halliday, 1988).

3. **Captura electrónica:** el proceso de captura electrónica tiene la misma condición de exceso de protones que la desintegración beta positiva. El proceso de captura de electrones sucede si la energía de la desintegración no es la suficiente para formar un antielectrón, en lugar de eso, la energía del sistema si es suficiente, para extraer un electrón ligado a una capa externa. El valor  $Q$  de la captura electrónica se define como,

$$Q = M(A, Z)c^2 - M(A, Z - 1)c^2 - m_{\nu}c^2 - B_e = T_{\nu}. \quad (1.38)$$

En este caso,  $B_e$  es la energía de ionización del electrón.  $M(A, Z)$ ,  $M(A, Z - 1)$ ,  $m_e$  y  $m_\nu$  son las masas del núcleo madre, hija, el electrón capturado y el neutrino electrónico emitido, respectivamente. La captura electrónica al emitir únicamente un neutrino con energía cinética  $T_\nu$ , es muy difícil de detectar, la forma en la que se mide el proceso de emisión es por la emisión en rayos X, los electrones de capas superiores al pasar a un nivel energético más bajo (Wong, 2008). Un ejemplo de captura electrónica es el  $^{15}\text{O}$  ( $^{15}\text{O} + e^- \rightarrow ^{15}\text{N} + \nu$ ) (Krane y Halliday, 1988).

El espectro de emisión beta positivo y negativo es un espectro continuo, debido a que la energía de la reacción se transfiere a la partícula beta y al neutrino asociado. Esto hace que el espectro de emisión sea un valor continuo distribuido entre la energía máxima de la partícula beta, hasta la energía mínima, o cuando toda la energía cinética está asociada al neutrino (Segrè, 1977; Walecka, 2004).

#### 1.2.4 Emisión gamma

La emisión gamma es un proceso de emisión radiactiva en la cual un núcleo excitado emite un fotón para alcanzar un nivel energético inferior (Basdevant et al., 2005). En contraste con los otros procesos de desintegración nuclear no hay una diferencia en el número de nucleones como sucede en la desintegración alfa, o en la distribución de los nucleones, como sucede en la desintegración beta positiva y negativa. Por otro lado, los estados excitados del núcleo son parte de la teoría de capas (*Shell model*). Esta explica la idea de transiciones de energía del núcleo (Martin, 2008).



La emisión gamma sucede después de un proceso de desintegración alfa o beta (Kamal, 2014). Los rayos gamma se encuentran en un rango de energía de 0,1 MeV a 10 MeV (Krane y Halliday, 1988).

En la ley de conservación de la energía del sistema en la emisión gamma, se consideran las transiciones de estado del núcleo y la energía cuantizada del fotón (Segrè, 1977):

$$E_i = E_f + \hbar\omega + T_R. \quad (1.40)$$

Los términos  $E_i$  y  $E_f$  son los niveles energéticos antes y después de la transición,  $\hbar\omega$  es la energía del fotón gamma emitido y  $T_R$  es la energía cinética de retroceso del núcleo desexcitado (Krane y Halliday, 1988).

La ley de conservación de la cantidad de movimiento lineal se describe como:

$$0 = \vec{\mathbf{p}}_{\gamma} + \vec{\mathbf{p}}_R. \quad (1.41)$$

Donde solo se toman en cuenta los términos de *momentum* de retroceso y del fotón emitido (*momentum* del campo). El término del *momentum* del campo es  $\vec{\mathbf{p}}_{\gamma} = \hbar\vec{\mathbf{k}}$ .

A partir de la ecuación 1.41, la energía cinética de retroceso es:

$$T_R = \frac{\vec{\mathbf{p}}_R^2}{2M} = \frac{(\hbar\vec{\mathbf{k}})^2}{2M} = \frac{(\hbar\omega)^2}{2Mc^2}. \quad (1.42)$$

Sustituyendo la ecuación 1.42 en la ecuación 1.39, se obtiene la diferencia de energía liberada en el proceso de emisión gamma:

$$\Delta E = E_i - E_f = \hbar\omega + \frac{(\hbar\omega)^2}{2Mc^2}. \quad (1.43)$$

En algunos casos, la energía radiada emitida del fotón es únicamente la energía de transición entre estados nucleares (Krane y Halliday, 1988; Ferrer Soria, 2006).

### 1.3 Cadena de desintegración y ecuaciones de Bateman

Una cadena de desintegración radioactiva es un conjunto de múltiples procesos de desintegraciones que se dan partiendo de un núcleo inestable inicial hasta el núcleo estable final (Cetnar, 2006). Las cadenas radiactivas pueden tener un origen natural como las series del torio, neptunio, uranio y radio. Además, existen cadenas de desintegración formadas por un proceso de transmutación de elementos como es el caso del  $^{241}\text{Pu}$ , origen de la cadena del neptunio. Este elemento no está presente de forma natural debido a su semivida  $14,329 \pm 0,029$  años, en contraste con el  $^{237}\text{Np}$  con una semivida de  $(2,114 \pm 0,007) \times 10^6$  años (Ashok y Thomas, 2003). Otro ejemplo de cadenas de desintegración artificial proviene de la fisión del  $^{235}\text{U}$ , donde el  $^{137}\text{Xe}$  es uno de los productos. La cadena de desintegración del  $^{137}\text{Xe}$  contiene entre sus productos el  $^{137}\text{Cs}$  (Beer, McCracken, y Steiger, 2012; Jaworowski, 1982).

#### 1.3.1 Cadenas naturales de desintegración

Una cadena de desintegración natural es una serie de procesos de desintegración nuclear, ya sean procesos de emisión de partículas  $\alpha$  o  $\beta$ . De esta forma un núcleo

inestable, presente en el medio ambiente, alcanza a convertirse en un nucleido estable (Ferrer Soria, 2006; Ashok y Thomas, 2003).

Las series de desintegración natural se clasifican en 4 tipos. Las cadenas de desintegración se nombran en función del número másico del núcleo inicial o el radionucleido con mayor semivida y número másico (Ashok y Thomas, 2003). Las series de desintegración reciben la siguiente separación, en la cual se observa que el número másico de cada radionucleido mantiene el patrón mencionado:

1. **Serie del torio**  $^{232}\text{Th}$  o serie  $4n$ , el  $^{232}\text{Th}$  tiene una semivida de  $1,41 \times 10^{10}$  años para desintegrarse completamente la cadena se obtiene  $^{208}\text{Pb}$  como nucleido estable. Revisar tabla D.1 para detalles de desintegración.
2. **Serie del neptunio**  $^{237}\text{Np}$  o serie  $4n + 1$ , el  $^{237}\text{Np}$  tiene una semivida de  $2,14 \times 10^6$  años. El nucleido final de la cadena es el  $^{209}\text{Bi}$ . Esta cadena realmente inicia en el  $^{241}\text{Pu}$ , pero este nucleido tiene una semivida de  $(14,329 \pm 0,029)$  a (IAEA - Nuclear Data Service, 2019). Revisar tabla D.2 para detalles de desintegración.
3. **Serie de uranio-radio**  $^{238}\text{U}$  o serie  $4n + 2$ , el  $^{238}\text{U}$  tiene una semivida de  $4,47 \times 10^9$  años, su nucleido estable es el  $^{206}\text{Pb}$ . Revisar tabla D.3 para detalles de desintegración.
4. **Serie del actinio** ( $^{235}\text{U}$ ) o serie  $4n + 3$ , el  $^{235}\text{U}$  tiene una semivida de  $7,04 \times 10^8$  años, el nucleido estable es el  $^{207}\text{Pb}$ . Revisar tabla D.4 para detalles de desintegración.

En general, las cadenas de desintegración naturales muestran la característica de una emisión  $\alpha$  por la inestabilidad del núcleo debido a la repulsión de Coulomb. De manera sucesiva el núcleo hija del proceso anterior, al tener un número de neutrones mayor al número de protones se desintegra en un proceso de emisión  $\beta^-$ . La desintegración gamma está presente en todos los casos que exista la posibilidad de desintegrarse a un estado excitado, que suceda depende de la probabilidad de transición en las desintegraciones beta y gamma (Ashok y Thomas, 2003). El proceso de desintegración de los radionucleídos de la cadena concluye en el momento en que se alcanza la banda de estabilidad de N-Z (Valkovic, 2000).

### 1.3.2 Ecuaciones de Bateman

Las ecuaciones de Bateman son un conjunto de ecuaciones diferenciales que describe el comportamiento de formación y desintegración de los radionucleidos que componen

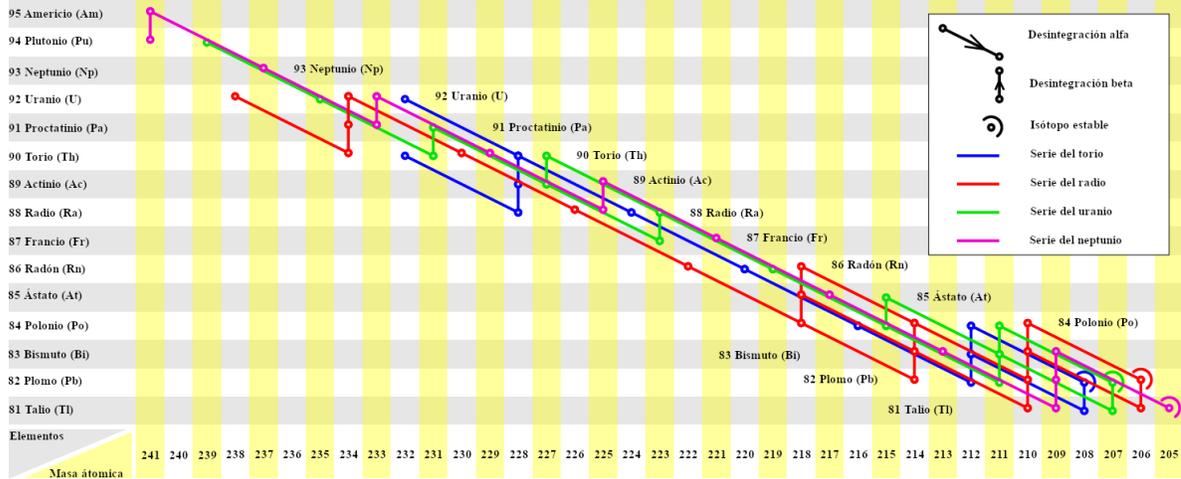


Figura 1.4: Series de desintegración natural, representado únicamente las desintegraciones  $\alpha$  y  $\beta$  que siguen las diferentes series. Las series corresponden a las líneas azul (serie del torio  $4n$ ), púrpura (serie del neptunio  $4n+1$ ), rojo (serie del uranio  $4n+2$ ) y verde (serie del actinio  $4n+3$ ). Fuente: Nave, 2000, (<http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbasees/Nuclear/radser.html>).

una cadena de desintegración (Ferrer Soria, 2006). El proceso es descrito por Rutherford, pero las soluciones al sistema de ecuaciones fueron dadas por el matemático Harry Bateman en 1910 (Cetnar, 2006; Bateman, 1910). El sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden tiene la siguiente forma (Cetnar, 2006):

$$\begin{aligned}
 \frac{dN_1}{dt} &= -\lambda_1 N_1, && \rightarrow \text{Madre} \\
 \frac{dN_2}{dt} &= -\lambda_2 N_2 + \lambda_1 N_1, && \rightarrow \text{Primera hija} \\
 &\vdots && \\
 \frac{dN_{n-1}}{dt} &= -\lambda_{n-1} N_{n-1} + \lambda_{n-2} N_{n-2}, && \rightarrow \text{(n-1)-sima hija} \\
 \frac{dN_n}{dt} &= \lambda_{n-1} N_{n-1}. && \rightarrow \text{Núcleo estable, final}
 \end{aligned} \tag{1.44}$$

El significado de esta cadena es que, mientras se forma un estado inestable debido a una transición, el estado también va a desintegrarse. El ritmo en que un grupo de nucleidos se forma y desintegra, se debe enteramente a la relación entre las probabilidades de transición ( $\lambda$ ) (Ferrer Soria, 2006).

Las ecuaciones de Bateman pueden resolverse utilizando el método de transformada de Laplace sobre el sistema de ecuaciones diferenciales, se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned}
s\mathcal{N}_1(s) - N_1(0) &= -\lambda_1\mathcal{N}_1(s), \\
s\mathcal{N}_2(s) - N_2(0) &= \lambda_1\mathcal{N}_1(s) - \lambda_2\mathcal{N}_2(s), \\
&\vdots \\
s\mathcal{N}_{n-1}(s) - N_{n-1}(0) &= \lambda_{n-2}\mathcal{N}_{n-2}(s) - \lambda_{n-1}\mathcal{N}_{n-1}(s), \\
s\mathcal{N}_n(s) - N_n(0) &= \lambda_{n-1}\mathcal{N}_{n-1}(s).
\end{aligned} \tag{1.45}$$

Despejando  $\mathcal{N}_i(s)$  de cada ecuación diferencial se puede obtener que:

$$\mathcal{N}_i(s) = \frac{N_i(0)}{s + \lambda_i} + \frac{\lambda_{i-1}\mathcal{N}_{i-1}(s)}{s + \lambda_i}. \tag{1.46}$$

De esto se obtienen tres ecuaciones específicas de las ecuaciones de Bateman transformadas:

$$\begin{aligned}
\mathcal{N}_1(s) &= \frac{N_1(0)}{s + \lambda_1}, \\
&\vdots \\
\mathcal{N}_i(s) &= \frac{1}{\lambda_i} \sum_{j=1}^i N_j(0) \prod_{k=j}^i \frac{\lambda_k}{s + \lambda_k}, \\
&\vdots \\
\mathcal{N}_n(s) &= \frac{1}{\lambda_n} \sum_{j=1}^n N_j(0) \prod_{k=j}^n \frac{\lambda_k}{s + \lambda_k}.
\end{aligned} \tag{1.47}$$

De lo anterior, se debe señalar que en  $\lambda_n$  la probabilidad de desintegración del radionucleido es 0, por ende se da a entender que no va a existir ninguna transición de estado después de llegar a su configuración estable (Ferrer Soria, 2006; Wong, 2008).

Una vez resueltas las ecuaciones de Bateman transformadas se obtiene que la solu-

ción a las ecuaciones tendrá la siguiente forma:

$$\begin{aligned}
N_1(t) &= N_1(0)e^{-\lambda_1 t}, \\
&\vdots \\
N_i(t) &= \sum_{j=1}^i N_j(0) \prod_{k=j}^{i-1} \lambda_k \sum_{k=j}^i \frac{e^{-\lambda_k t}}{\prod_{k \neq m=j}^i (\lambda_m - \lambda_k)}, \\
&\vdots \\
N_n(t) &= N_n(0) + \sum_{j=1}^{n-1} N_j(0) \left( 1 - \sum_{k=j}^{n-1} e^{-\lambda_k t} \prod_{k \neq p=j}^{n-1} \frac{\lambda_p}{(\lambda_p - \lambda_k)} \right).
\end{aligned} \tag{1.48}$$

Un caso específico del sistema de ecuaciones 1.48 se obtiene cuando en la muestra solo hay presencia del núcleo madre como condición inicial (Ferrer Soria, 2006; Cetnar, 2006). En este caso, el sistema de ecuaciones se reduce al siguiente:

$$\begin{aligned}
N_1(t) &= N_1(0)e^{-\lambda_1 t}, \\
&\vdots \\
N_i(t) &= N_1(0) \prod_{j=1}^i \lambda_j \sum_{k=1}^i \frac{e^{-\lambda_k t}}{\prod_{k \neq l=1}^{n-1} (\lambda_l - \lambda_k)}, \\
&\vdots \\
N_n(t) &= N_1(0) \left( 1 - \sum_{k=1}^{n-1} e^{-\lambda_k t} \prod_{k \neq p=1}^{n-1} \frac{\lambda_p}{(\lambda_p - \lambda_k)} \right).
\end{aligned} \tag{1.49}$$

Según la relación entre  $\frac{\lambda_i}{\lambda_{i-1}}$  se obtienen las siguientes condiciones de equilibrio:

- **Equilibrio secular** ( $\lambda_{i-1} \ll \lambda_i$ ): se dice que dos radionucleidos (madre e hija<sup>8</sup>) están en equilibrio secular si el radionucleido madre se desintegra a un ritmo menor que la hija. Esto hace que la actividad de la hija sea aproximadamente igual a la actividad de la madre  $\frac{\lambda_{i-1} N_{i-1}}{\lambda_i N_i} \approx 1$ , lo que sucede en un período de tiempo pequeño (con relación al inverso de la probabilidad de transición de la madre  $t_{sec} < 1/\lambda_{i-1}$ ) y esta relación se mantiene por un periodo indefinido (Segrè, 1977).

---

<sup>8</sup>El término madre se emplea para referirse al estado inicial de la transición, mientras que el término hija se emplea con el estado final de la transición, también suelen llamarse abuela y nieta.

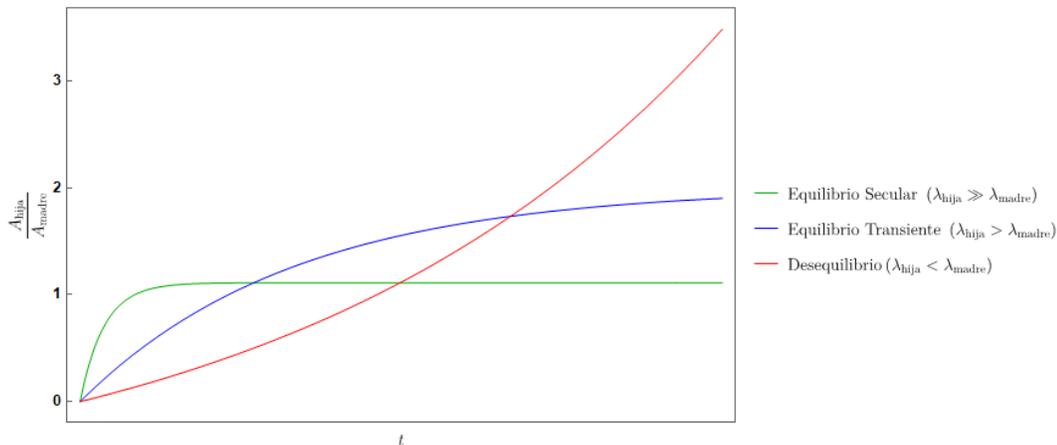


Figura 1.5: Ilustración sobre los tipos de equilibrios en el proceso de desintegración para dos elementos inestables de una cadena de desintegración, las razones que muestran entre  $\lambda_i$  y  $\lambda_{i-1}$ , son 10:1 para equilibrio secular, 2:1 para equilibrio transiente y 1:2 para no equilibrio. Estos valores tienen la finalidad de mostrar el comportamiento esperado a modo general, evitando casos específicos.

- **Equilibrio transiente** ( $\lambda_{i-1} < \lambda_i$ ): Se le llama equilibrio debido a que la actividad de la madre y la hija va a mantenerse igual, pero con una diferencia de tiempo mayor (Ferrer Soria, 2006).
- **Desequilibrio** ( $\lambda_{i-1} > \lambda_i$ ): en el caso en que la desintegración de la hija sea menor que la desintegración de la madre, se dice que está en desequilibrio, porque las actividades de los radionucleidos nunca se vuelven iguales (Ferrer Soria, 2006).

Existe el caso en que un radionucleido madre tenga más de un proceso de desintegración posible, es decir, que tenga la probabilidad de transición a dos estados hijas permitidos (ya sea por un proceso de desintegración  $\alpha$  o  $\beta$ ). En este caso se dice que la cadena de desintegración no es lineal, debido a las ramificaciones presentes descritas por la ecuación 1.10; en ese caso, las ecuaciones de Bateman se pueden escribir utilizando la siguiente condición:

$$\begin{aligned} \frac{dN_1}{dt} &= -\lambda_1 N_1(t) = -(\lambda_{1\alpha} + \lambda_{1\beta}) N_1(t), \\ \frac{dN_{2\alpha}}{dt} &= \lambda_{1\alpha} N_1(t) - \lambda_{2\alpha} N_{2\alpha}(t) \text{ y} \\ \frac{dN_{2\beta}}{dt} &= \lambda_{1\beta} N_1(t) - \lambda_{2\beta} N_{2\beta}(t). \end{aligned} \tag{1.50}$$

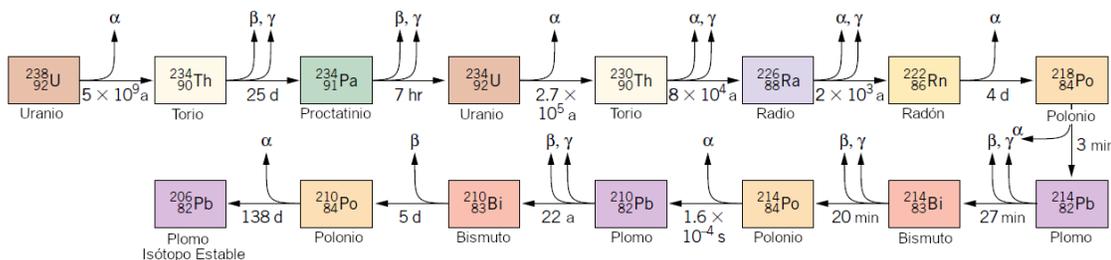


Figura 1.6: Cadena de desintegración del  $^{238}\text{U}$ , se muestran los pasos de desintegración con mayor probabilidad de la serie. La escala de tiempo se define con la siguiente simbología, (a = año, h = hora, min = minuto y s = segundo). Fuente: Jespersen et al. (2011, p. 972).

Este proceso describe la condición en la que un radionucleido tiene la probabilidad de desintegrarse por medio de una desintegración alfa, o beta. Esta ecuación de Bateman es la base para las cadenas de desintegración no lineales que se encuentran presentes en todas las series naturales.

#### 1.4 Serie del uranio y origen del $^{210}\text{Pb}$

La serie del uranio o uranio-radio, corresponde a los 14 pasos de desintegración que sigue el  $^{238}\text{U}$  hasta convertirse en  $^{208}\text{Pb}$ . Esta serie es de importancia en el proceso de datación de sedimentos, ya que uno de los pasos de la serie es la fuente del  $^{226}\text{Ra}$ , radionucleido presente en todos los tipos de roca (Masarik, 2009). A partir de la información que se encuentra en la tabla D.3 de los apéndices.

Al determinar la actividad de los diferentes radionucleidos presentes en una muestra, se puede obtener la fecha de formación. Al proceso de determinación de la edad de la muestra se le conoce como radionucleología y el objetivo de esta técnica es encontrar la edad, para así conseguir información temporal útil. Para la descripción de este proyecto, se tiene especial interés en la cadena de desintegración del uranio-radio. Debido a que esta cadena de desintegración contiene el radionucleido del  $^{210}\text{Pb}$ . Este isótopo del plomo es inestable, se genera a partir de la desintegración  $\alpha$  del  $^{214}\text{Po}$  o en menor incidencia por el  $^{210}\text{Tl}$ . La semivida de este radioisótopo del plomo es de 22,23 años, convirtiéndose en  $^{214}\text{Bi}$  por una desintegración  $\beta$ . También este proceso está acompañado de una emisión  $\gamma$  con una energía de 46,54 keV (Sánchez-Cabeza, Díaz-Asencio, y Ruiz-Fernández, 2012).

Debido a que la serie del uranio tiene entre sus productos  $^{222}\text{Rn}$ , este es un gas que se libera a la atmósfera por difusión a través del suelo, o por emanaciones volcánicas. También el gas puede quedar atrapado en el suelo, hasta desintegrarse en  $^{210}\text{Pb}$ . La

situación anterior produce que el  $^{210}\text{Pb}$  aparezca en los suelos sedimentarios de dos formas. Primero, el  $^{210}\text{Pb}$  se almacena en el suelo por el proceso de erosión, a este plomo se le conoce como plomo soportado o en equilibrio. La segunda situación sucede cuando el  $^{222}\text{Rn}$  se desintegra hasta convertirse en  $^{210}\text{Pb}$ . En este caso el plomo es un aerosol atmosférico y con el paso del tiempo se va a depositar en los suelos sedimentarios. Al aerosol de plomo también se le llama plomo en exceso. Debido a la semivida del  $^{210}\text{Pb}$  de 22,3 años, además de sus procesos de deposición en sedimentos, este radionucleido es ampliamente utilizado para datación en tiempos recientes, 100 a 150 años, por eso su utilidad para estudios medioambientales de impacto humano (Robbins y Edgington, 1975).

### 1.5 Radionucleidos de origen antropogénicos: $^{137}\text{Cs}$

Un radionucleido antropogénico es todo aquel nucleido inestable formado o agregado por un proceso asociado a una actividad humana. Estos elementos aparecen en el ambiente por medio de aceleradores de partículas, fisión o fusión nuclear, entre otros.<sup>9</sup> Dichos elementos se adicionan al suelo de forma muy variada, desde emisiones producto de la actividad nucleoelectrónica, accidentes nucleares, pruebas de armas nucleares en la atmósfera e incluso la quema de combustibles fósiles (Jaworowski, 1982).

El  $^{137}\text{Cs}$  es un producto de la fisión nuclear del  $^{235}\text{U}$ , este se encuentra en el medio ambiente debido a pruebas nucleares, accidentes de reactores nucleares (Sykora y Froehlich, 2009). El  $^{137}\text{Cs}$  tiene una semivida 30,17 años y al desintegrarse mediante un proceso de desintegración  $\beta$  se transforma en  $^{137}\text{Ba}$ , pero lo más probable es que se desintegre en un estado excitado de este isótopo y emita un fotón  $\gamma$  de 661,7 keV, alcanzando su estado fundamental. Información revisada de la tabla de radionucleidos (IAEA - Nuclear Data Service, 2019).

Como este elemento es sintético, y se deposita en el suelo por causa de un evento específico, el  $^{137}\text{Cs}$  es un excelente indicador de tiempo para modelos de datación, porque permite verificar concordancia de tiempo con cualquier modelo de datación. Aunque siempre va a existir una cantidad de cesio en la columna de sedimentos, la cual se debe a solubilidad del cesio, en este caso, se determina por concentración máxima por capa (Sánchez-Cabeza y Ruiz-Fernández, 2012; Laissaoui et al., 2008).

---

<sup>9</sup>Es importante recalcar que inclusive elementos de las series naturales de desintegración pueden aparecer en el ambiente a partir de las actividades humanas.

## 1.6 Interacción de fotones con la materia

La interacción de los fotones con la materia por su naturaleza tiene dos panoramas de acción, ya sea como ondas electromagnéticas o como partículas con carga y con masa en reposo iguales a cero (Ahmed, 2007). El paso de fotones a través de la materia se mide como un flujo luminoso entrante y saliente a través de un material. Esto se relaciona como:

$$\frac{dI(x)}{dx} = -\mu_t I(x). \quad (1.51)$$

Donde  $\mu_t$  es el coeficiente de atenuación característico de cada material. Este valor determina la “rapidez” de disminución de un haz de fotones al pasar a través de un material translucido. Esto depende de las características del material. Otra representación del coeficiente de atenuación es el coeficiente de atenuación de masa, descrita como:

$$\mu_m = \frac{\mu_t}{\rho}. \quad (1.52)$$

$\mu_m$  es un poco más fácil de caracterizar y tabular. Los parámetros  $\mu_t$  y  $\mu_m$  tienen diferentes unidades,  $m^{-1}$  y  $m^2 \cdot kg^{-1}$  respectivamente.<sup>10</sup>

Por otro lado, el camino medio libre para la radiación incidente (Tsoulfanidis y Landberger, 2015) se define de la siguiente forma:

$$\lambda_m = \frac{\int_0^\infty I_0 x e^{-\mu_m \rho x} dx}{\int_0^\infty I_0 e^{-\mu_t \rho x} dx} = (\mu_m \rho)^{-1}. \quad (1.53)$$

El término  $\lambda_m$  es la distancia recorrida por un haz de fotones cuando ha perdido un 63 % de su intensidad inicial. Expresado en términos del coeficiente de atenuación de masa,  $\lambda_\rho$  es el camino medio específico, y existe la relación  $\lambda_\rho = \rho \lambda_m$ .

El coeficiente de atenuación se interpreta también como la probabilidad de interacción del haz de fotones con los átomos del material. Este se expresa en función de la sección eficaz total  $\sigma_t$  de cada átomo.

$$\mu_t = N \sigma_t = \left( \frac{\rho N_A}{\mathcal{M}} \right) \sigma_t. \quad (1.54)$$

Donde  $N$  es el número de átomos por unidad de volumen del material.

Para el caso de un medio compuesto por distintos materiales y coeficientes de atenuación diferentes, el coeficiente de atenuación total se define como:

<sup>10</sup>en unidades SI, pero es conveniente expresarlo en unidades cgs, cm y  $cm^2 \cdot g^{-1}$ , respectivamente.

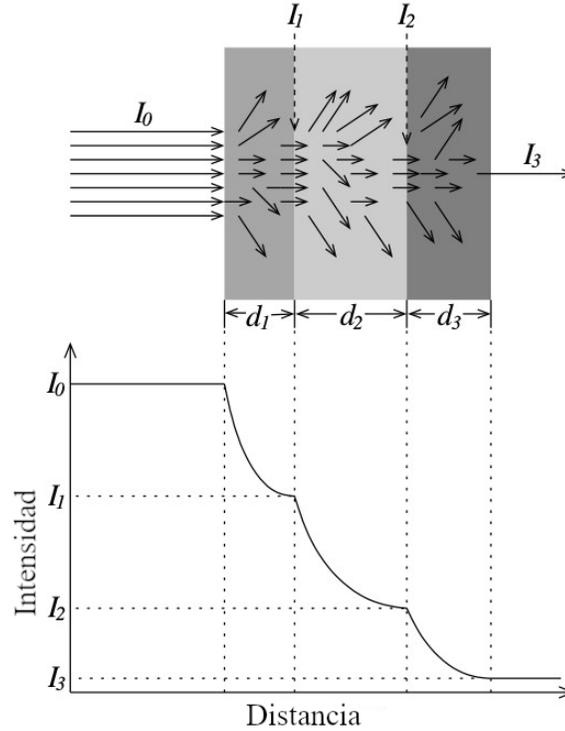


Figura 1.7: Comportamiento de la intensidad de los fotones al pasar a través de un medio compuesto por capas de diferentes materiales con grosores distintos. En la imagen se observa cómo la intensidad luminosa disminuye al pasar a través de las placas, esta disminución depende del coeficiente de atenuación. Fuente: Ahmed (2007, p. 104).

$$\mu_t = \sum_i w_i \mu_{it}. \quad (1.55)$$

$\mu_{it}$  es el coeficiente de atenuación de cada material.

Si el medio está compuesto por distintas capas de material, la intensidad transmitida por el material cumple la siguiente ecuación:

$$I_N = I_0 \prod_{i=1}^N e^{-\mu_{it} d_i}. \quad (1.56)$$

Donde  $d_i$  es el grosor de cada capa por cada material.

La sección eficaz de la dispersión de los fotones con un material se debe a diferentes fenómenos físicos relacionados al procesos descritos por la naturaleza cuántica de la interacción de los fotones con los electrones presentes en el material. La sección eficaz de la interacción de los fotones con la materia se describe como:

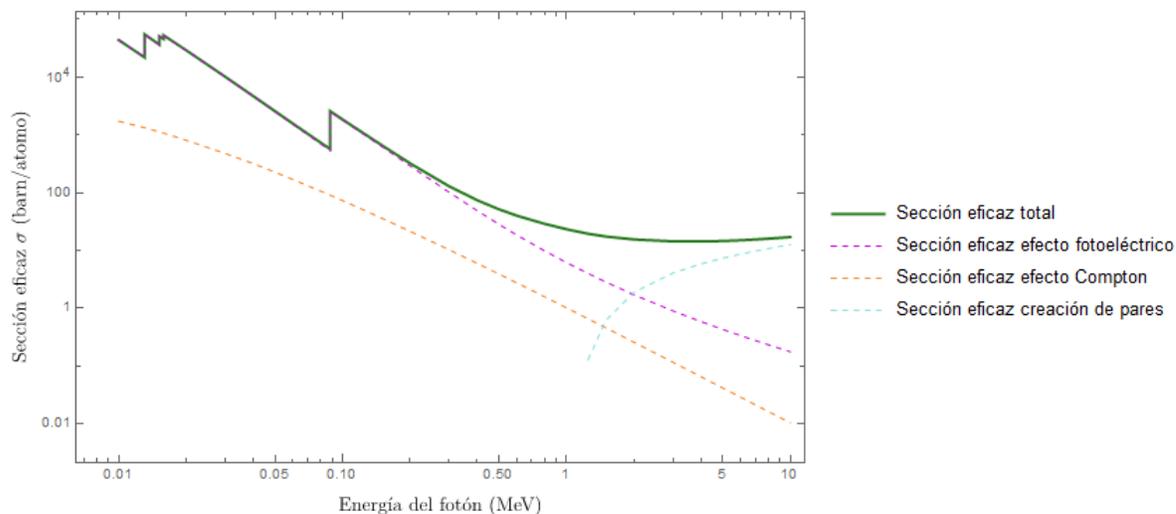


Figura 1.8: Sección eficaz de absorción en función de la energía del fotón en plomo. Fuente: elaborado utilizando la base de datos *XCOM: Photon Cross Section Database* (Berger et al., 2010), del Instituto Nacional de Estándares y Tecnología (NIST).

$$\sigma_{\text{total}} = \sigma_{\text{fotoeléctrico}} + \sigma_{\text{Compton}} + \sigma_{\text{pares}}, \quad (1.57)$$

Las diferentes secciones eficaces, se relacionan a diferentes procesos físicos. Estos son efecto fotoeléctrico, dispersión de Compton y proceso de formación de pares. Dependiendo de la energía de los fotones incidentes en el material, los procesos van a ser dominantes a diferentes regiones. La figura 1.8, muestra la superposición de los 3 efectos, además de las regiones donde predomina cada uno (Leroy y Rancoita, 2011). Los efectos son:

1. Fotones con energías entre 1 keV y 100 keV, el proceso predominante es el fotoeléctrico.
2. Fotones con energías entre los 100 keV y 1 MeV, el efecto Compton es el que contribuye mayoritariamente con el proceso de dispersión.
3. Fotones con energías superiores a 1 MeV van a generar pares partícula - antipartícula al incidir en el medio (Tavernier, 2010).

### 1.6.1 Efecto fotoeléctrico

El efecto fotoeléctrico es el fenómeno descrito por la absorción de un fotón por electrón ligado al núcleo, en alguna de sus capas electrónicas. El efecto fotoeléctrico necesita

que la energía del fotón sea suficiente para ionizar un electrón del núcleo (electrón libre). La energía cinética  $T$  de un fotoelectrón<sup>11</sup> es:

$$T_e = E_\gamma - E_b. \quad (1.58)$$

Donde  $E_\gamma = \hbar\omega$  es la energía del fotón, y  $E_b$  es la energía de ligadura del electrón al átomo. Esa energía de ligadura depende de la capa a la que pertenece el electrón. Estas energías de ligadura se describen como:

$$\begin{aligned} E_b(K) &\approx R_y(Z - 1)^2, \\ E_b(L) &\approx \frac{1}{5}R_y(Z - 5)^2 \text{ y} \\ E_b(M) &\approx \frac{1}{9}R_y(Z - 13)^2. \end{aligned} \quad (1.59)$$

Donde  $R_y = 13,6$  eV es la energía de Rydberg, esta energía depende del número de carga del átomo. Los picos  $M$ ,  $L$ ,  $K$  están relacionados con las diferentes capas del núcleo (Leroy y Rancoita, 2011).

Con los estados iniciales y finales del fotoelectrón se obtiene la sección eficaz diferencial del efecto para la capa  $K$ . Esta se calcula utilizando aproximación de Born, tomando el potencial descrito por las aproximaciones de la energía de ligadura de la ecuación 1.59, con los estados libre y el ligado a la capa  $K$  (Leroy y Rancoita, 2011; Heitler, 1954),

$$\frac{d\sigma_{K,B}}{d\Omega} = 4\sqrt{2}r_e^2 \frac{Z^5}{\alpha^4} \left( \frac{mc^2}{\hbar\omega} \right)^{7/2} \left( \frac{\sin^2 \theta \cos^2 \phi}{(1 - \beta \sin \theta)^4} \right). \quad (1.60)$$

Donde  $r_e$  es el radio del electrón clásico,  $\alpha$  es la constante de estructura fina,  $\beta$  es la razón entre las rapidezces del electrón libre y el fotón,  $\theta$  es el ángulo entre el electrón libre y el fotón incidente, y  $\phi$  es el ángulo entre el plano de dispersión.

La sección eficaz total para el proceso fotoeléctrico se obtiene al integrar con respecto al ángulo sólido, y multiplicado por un factor de 2, se obtiene el siguiente valor para la sección eficaz por átomo (Leroy y Rancoita, 2011; Heitler, 1954),

$$\sigma_{K,B} = 4\sqrt{2}\sigma_{Th} \frac{Z^5}{\alpha^4} \left( \frac{mc^2}{\hbar\omega} \right)^{7/2}. \quad (1.61)$$

Donde  $\sigma_{Th} = (8/3)\pi r_e^2$  y este es el proceso de dispersión clásico de Thomson. Este proceso describe la interacción de una onda electromagnética y un electrón.

---

<sup>11</sup>Un fotoelectrón es un electrón libre.

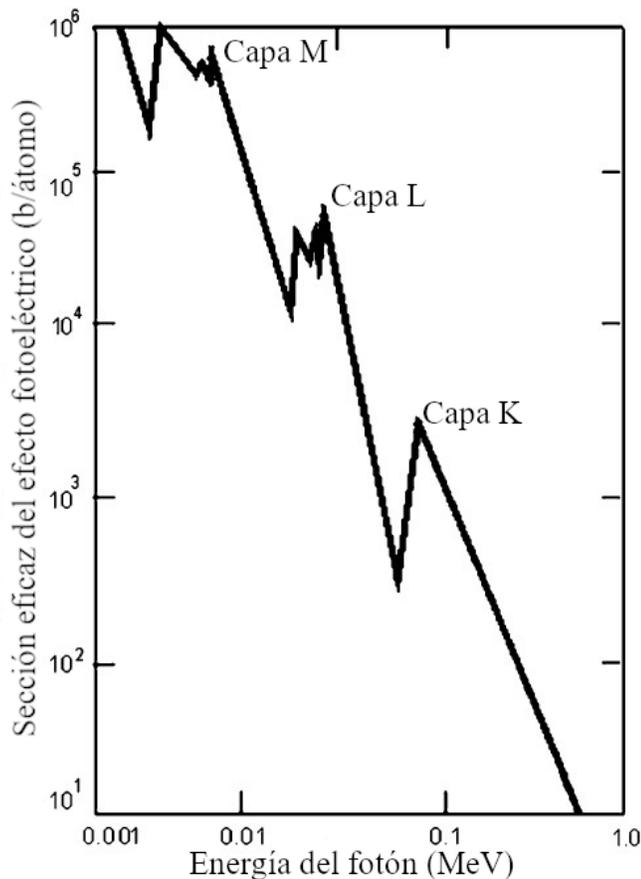


Figura 1.9: Sección eficaz del efecto fotoeléctrico en plomo con respecto a la energía del fotón incidente en el material. Fuente: Kamal (2014, p. 92).

Un fenómeno asociado al efecto fotoeléctrico es el **efecto Auger**. Este sucede cuando un electrón de una capa más interna del núcleo es liberado por alguna interacción externa, dejando un espacio energético vacante, el cual es ocupado por un electrón de una capa más externa. En este proceso ese electrón emite un fotón con una energía igual a la diferencia energética entre el nivel liberado y el nivel de origen. El efecto Auger, sucede cuando otro electrón del átomo es ionizado por el fotón emitido. El electrón expulsado del átomo se conoce como electrón Auger (Basdevant et al., 2005; Ahmed, 2007).

### 1.6.2 Efecto Compton

El efecto Compton sucede cuando un fotón incide con un electrón “cuasi-libre” o un electrón de la capa más externa de algún átomo, donde la energía ligadura con el átomo es despreciable con respecto a la energía cinética del fotón (Leroy y Rancoita, 2011).

A diferencia del efecto fotoeléctrico, en este proceso se emite un fotón. Considerando

el electrón como estacionario, la energía cinética del electrón dispersado se describe como:

$$T_e = E_{\gamma_0} - E_{\gamma}. \quad (1.62)$$

Donde  $E_{\gamma_0}$  es la energía del fotón incidente y  $E_{\gamma}$  es la energía del fotón dispersado. Al ser un proceso físico para un electrón “libre”, se calcula la conservación de la cantidad de movimiento lineal del sistema fotón-electrón estacionario. Tomando el eje  $x$  como la dirección de propagación de la onda electromagnética. A partir de esas condiciones se obtienen las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} p_{\gamma_0} &= p_e \cos \phi + p_{\gamma} \cos \theta, \\ 0 &= p_e \sin \phi - p_{\gamma} \sin \theta. \end{aligned} \quad (1.63)$$

$p_{\gamma_0} = \hbar k_0$  es el *momentum* de fotón incidente, y  $k$  es el número de onda ese fotón,  $p_{\gamma} = \hbar k$  es el *momentum* del fotón dispersado,  $\phi$  es el ángulo entre la dirección del electrón dispersado y el fotón incidente; mientras que  $\theta$  es el ángulo entre las direcciones del fotón incidente y dispersado. De ahí se obtiene que la relación entre el número de onda del fotón incidente y el fotón dispersado está dada por la ecuación:

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{k_0} + \frac{\hbar}{m_e c} (1 - \cos \theta), \quad (1.64)$$

utilizando esta relación la energía del fotón dispersado en términos del fotón incidente está dada por:

$$E_{\gamma} = E_{\gamma_0} \left( 1 + \frac{E_{\gamma_0}}{m_e c^2} (1 - \cos \theta) \right)^{-1}. \quad (1.65)$$

Además, la relación entre ángulos del electrón y el fotón está dada por la siguiente ecuación:

$$\tan(\phi) = \frac{1}{1 + \varepsilon} \cot\left(\frac{\theta}{2}\right). \quad (1.66)$$

Donde  $\varepsilon = \hbar\omega_0/m_e c^2$ , también llamado energía reducida, es la relación entre la energía del fotón incidente y la energía en reposo del electrón. Utilizando la ecuación 1.62, se obtiene que la energía del electrón dispersado está definida como:

$$T_e = \frac{E_{\gamma_0}}{m_e c^2} \left( \frac{1 - \cos \theta}{1 + \varepsilon(1 - \cos \theta)} \right). \quad (1.67)$$

A partir de esta solución con respecto al ángulo del fotón de dispersión, se tienen los siguientes casos. El detalle de los cálculos de las ecuaciones 1.64, 1.65, 1.66 y 1.68. Estas se encuentran en los libros *Quantum electrodynamics* y *Principles of radiation interaction in matter and detection* (Greiner, 2001; Leroy y Rancoita, 2011).

**Caso 1.** ( $\theta = 0^\circ$ )

La energía del electrón dispersado es igual a la energía del fotón incidente. Esto implica que la energía del fotón es máxima y, a partir de esto, la energía cinética del electrón dispersado es cero. Cuando se cumplen estas condiciones, se concluye que el fotón no interactuó con el electrón. En el caso en que la energía del fotón emitido es mayor que la del fotón incidente, se dice que fue que el electrón le cedió energía cinética al fotón, a este proceso se le llama **Efecto Compton reverso**.

**Caso 2.** ( $\theta = 90^\circ$ )

Con la condición del ángulo, la energía del fotón dispersado dada por la ecuación 1.65 es:

$$E_\gamma = E_{\gamma_0} \left[ 1 + \frac{E_{\gamma_0}}{m_e c^2} \right]^{-1}. \quad (1.68)$$

Utilizando esta condición en la ecuación 1.66, se observa que el ángulo de dispersión del electrón libre es:

$$\tan \phi = \frac{m_e c^2}{m_e c^2 + E_{\gamma_0}}. \quad (1.69)$$

La diferencia de longitud de onda entre el fotón incidente y dispersado es la longitud de onda del electrón.

**Caso 3.** ( $\theta = 180^\circ$ )

En este caso, la energía del fotón es el valor mínimo posible:

$$E_\gamma^{min} = E_{\gamma_0} \left[ 1 + \frac{2E_{\gamma_0}}{m_e c^2} \right]^{-1}. \quad (1.70)$$

Si la energía del fotón es mucho menor a la energía de la masa en reposo del electrón  $E_{\gamma_0} \ll m_e c^2$ , la energía del fotón dispersado es aproximadamente 255 keV. La energía del electrón dispersado va a estar definida como:

$$T_e = E_{\gamma_0} - 255 \text{ keV}. \quad (1.71)$$

Mediante este proceso se da la máxima energía transferida al electrón por medio de

efecto Compton, este corte abrupto observado en el espectro de energía se le conoce como borde de Compton (*Compton edge*).

La sección eficaz diferencial del proceso de Compton se describe con la fórmula de Klein-Nishina, calculada dentro del marco teórico de la electrodinámica cuántica, está descrita en función del ángulo del fotón dispersado (Greiner y Reinhardt, 2008).

$$\frac{d\sigma_C}{d\Omega} = \frac{r_e^2}{2} \left( \frac{1 + \cos^2 \theta}{(1 + \varepsilon(1 - \cos \theta))^2} \right) \left[ 1 + \frac{4\varepsilon^2 \sin^4(\theta/2)}{(1 + \cos^2 \theta)(1 + \varepsilon(1 - \cos \theta))} \right]. \quad (1.72)$$

### 1.6.3 Formación de par electrón - positrón

La formación de pares sucede cuando la energía del fotón incidente sobrepasa el umbral definido por la energía en reposo del par partícula-antipartícula. Esto sucede al interactuar con los núcleos presentes, o los electrones de la nube atómica. Las ecuaciones fenomenológicas del sistema se representan de la siguiente forma:

- La interacción del fotón con el núcleo. Este proceso genera una excitación en los niveles del núcleo.
- La interacción fotón y un electrón. A este caso en especial se le llama **triplete de par de producción** (Leroy y Rancoita, 2011; Heitler, 1954; Ahmed, 2007).

El sistema describe la energía cinética del par formado en función de la energía del fotón incidente y la energía en reposo de cada par electrón - positrón (Tsoulfanidis y Landberger, 2015).

$$T_{e^+} + T_{e^-} = E_\gamma - m_{e^-}c^2 + m_{e^+}c^2. \quad (1.73)$$

La energía necesaria para que un fotón forme un par al interactuar con un núcleo es la siguiente (Ahmed, 2007):

$$E_{\gamma, \text{límite}} \geq 2m_e c^2 \left[ 1 + \frac{m_e}{m_{nuc}} \right] \approx 2m_e c^2. \quad (1.74)$$

Eso significa que al menos necesita la energía en reposo de los dos electrones formados. Este valor corresponde a 1,022 MeV (Ahmed, 2007).

El caso de la sección eficaz puede ser calculada a partir de la aproximación de Born y se obtiene para un núcleo atómico el siguiente resultado (Leroy y Rancoita, 2011; Heitler, 1954):

$$\sigma_{par} = 4\alpha r_e^2 Z^2 \left[ \frac{7}{9} \ln \left( \frac{183}{Z^{1/3}} \right) - \frac{1}{54} \right]. \quad (1.75)$$

Cuando estas partículas se forman, interactúan con las partículas presentes en el medio. En el caso de las antipartículas, se aniquilan con los electrones del medio formando un par de fotones. Estos también van a interactuar con el medio.

## 1.7 Conceptos de espectroscopía

La espectroscopía mide la distribución de la radiación para diferentes niveles de energía producidos por una fuente radiactiva o por reacciones nucleares (Tsoulfanidis y Landberger, 2015). Los espectros se pueden separar en dos tipos:

- **Espectro diferencial:** representa la distribución del número de partículas relacionada a cada energía específica. También se le conoce como **espectro de energía**.
- **Espectro integral:** representa el número total de partículas que poseen una energía mayor o igual a una cierta energía. El espectro integral se representa como:

$$N(E) = \int_E^{\infty} n(E) dE. \quad (1.76)$$

Donde  $N(E)$  es el valor del espectro integral y  $n(E)$  es el espectro de energías (Knoll, 2010; Tsoulfanidis y Landberger, 2015).

### 1.7.1 Características de la espectroscopía

Un espectro de energía obtenido de una fuente de radiación cuando es registrada por el sistema de detección muestra una distribución gaussiana o de Poisson (Gilmore, 2008).

El análisis de espectros de energía depende, en gran parte, de la resolución del sistema de detección, en otras palabras, el reconocimiento del ancho de los picos de energía que aparecen en cada espectro. Factores que afectan el ancho del pico de energía se relacionan a fluctuaciones en las partículas, contribuciones de ruido del sistema de detección, además del efecto de la recolección incompleta de la carga en el detector (Tsoulfanidis y Landberger, 2015).

A partir de este evento se describe la resolución de energía del espectro como:

$$R(E_0) = \frac{\Gamma}{E_0}. \quad (1.77)$$

Donde  $\Gamma$  es el ancho del pico y  $E_0$  es la energía del centro del pico detectado.

La contribuciones de las fluctuaciones estadísticas de las partículas se determinan a partir del **factor de Fano**  $F$ , definido a partir de la varianza entre el número de pares electrón-hueco creados, entre la varianza predicha por la estadística de Poisson (Gilmore, 2008; Fano, 1947).

El ancho del pico producido por las fluctuaciones en una distribución gaussiana se describe a partir de la siguiente ecuación (Tsoulfanidis y Landberger, 2015):

$$\Gamma_f = 2\sqrt{2 \ln(2)wFE}. \quad (1.78)$$

Donde  $w$  es la energía promedio para generar un par electrón-hueco,  $E$  es la energía depositada en el detector. El factor de Fano es un parámetro adimensional, definido entre 0 y 1, donde 0 representa que no hay fluctuaciones estadísticas en los pares producidos, y 1 es que la estadística de producción de pares corresponde a una distribución de Poisson. (Tsoulfanidis y Landberger, 2015). El menor valor para factor de Fano reportado en detectores semiconductores es de 0,06 (Pehl y Goulding, 1970).

El ancho producido por el ruido electrónico se debe a la relación entre el tamaño del pico de voltaje saliente, con respecto al ruido producido por la circuitería del sistema de detección. Esta relación de señal-ruido se representa como:

$$R_{S-N} = \frac{V}{\sigma_n}. \quad (1.79)$$

Donde  $R_{S-N}$  es la razón entre la altura media del pico,  $V$  es la altura media del pico detectado y  $\sigma_n$  es la desviación estándar de ruido.

El ruido electrónico tiene un parámetro de resolución de energía de la forma (Tsoulfanidis y Landberger, 2015),

$$R = \frac{2\sqrt{2 \ln 2}}{V/\sigma_n}. \quad (1.80)$$

El factor de carga incompleta en el ancho de banda se añade a los efectos electrónicos. Este fenómeno básicamente considera el número de pares electrón-hueco que queda “atrapado” en el detector. Por eso, estas cargas no se consideran en el tiempo de recolección del espectro. Por tanto, los tiempos de recolección del espectro están determinados por el preamplificador. Estas cargas no captadas afectan el ancho de las

bandas del lado de la cola de caída del pico (Gilmore, 2008).

El ancho total del espectro depende de la combinación de los anchos de pico generados por el factor de Fano  $\Gamma_F$ , por el ruido electrónico y carga incompleta  $\Gamma_n$ , entre otros factores (Knoll, 2010; Gilmore, 2008), así el ancho de un espectro de energía va a definirse como:

$$\Gamma^2 = \Gamma_F^2 + \Gamma_n^2. \quad (1.81)$$

De la ecuación 1.74, se deduce que el ancho del pico debido a fluctuaciones estadísticas se incrementa con la energía. Por otro lado, el ancho debido al ruido electrónico es independiente de la energía del sistema (Tsoulfanidis y Landberger, 2015).

### 1.7.2 Espectroscopía gamma

Debido a la forma de interacción de los fotones con la materia, la espectroscopía gamma depende de la energía transferida al detector (Knoll, 2010). En todo espectro gamma se observan las siguientes características. Ver figura 1.10.

- **Fotopico:** el fotopico es la posición en energía correspondiente a un fotón gamma absorbido por un electrón del detector debido a efecto fotoeléctrico. Los fotoelectrones contienen toda la energía del fotón absorbido en el proceso (Knoll, 2010).
- **Espectro continuo de Compton:** consiste en las cuentas obtenidas por la contribución de energía de los fotones debido al efecto Compton. El espectro es continuo hasta el *Compton edge*<sup>12</sup> (con una energía  $E = E_\gamma - 0,255$  MeV), el valor máximo de energía que se observa en el proceso de dispersión de Compton (Ahmed, 2007).
- **Picos de escape:** si un fotón gamma tiene una energía superior a los 1,022 MeV, al interactuar con el detector se generan pares electrón-positrón (ver sección 2.2.3). El par creado interactúa con otros electrones del detector. El positrón se aniquila al interactuar con algún electrón generando dos fotones nuevos. En este proceso, el par de fotones generados, interactúa de nuevo con el detector, puede escapar uno de ellos (a este pico en el espectro se le identifica como *single escape peak*, la energía de este pico se encuentra  $E = E_\gamma - 0,511$  MeV), o ninguno de los fotones creados es absorbido por el detector, el pico se encuentra en  $E = E - 1,022$  MeV (Tsoulfanidis y Landberger, 2015; Ahmed, 2007).

---

<sup>12</sup>También puede llamarse borde de Compton en español.

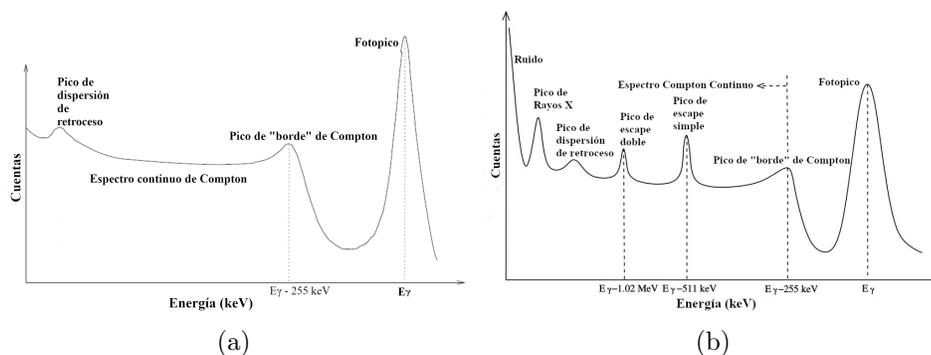


Figura 1.10: Ejemplo de espectro de energía para una fuente monoenergética (a)  $E_\gamma$  menor a 1,022 MeV y (b)  $E_\gamma$  mayor a 1,022 MeV. Se observa la posición aparente de los picos comunes que aparecen en espectroscopía gamma. Fuente: Ahmed (2007, pp. 93, 676).

- **Pico de dispersión por el blindaje (*backscattered peak*):** un sistema de detección gamma se encuentra dentro de un blindaje. Cuando los rayos gamma de la fuente interactúan con el blindaje se produce una dispersión de los fotones incidentes en un ángulo reflejado hacia el detector. A estos picos se les llama *backscattered* y son fotones que no interactúan directamente con el detector, son considerados como una reacción secundaria (Knoll, 2010; Ahmed, 2007).
- **Pico de rayos X:** el pico por rayos X corresponde al proceso de radiación de frenado de los electrones presentes en el blindaje del sistema (Ahmed, 2007; Knoll, 2010).

## 1.8 Análisis por espectroscopía gamma

El análisis de espectroscopía gamma es la medición de los fotones provenientes de la emisión gamma. Esta sección describe la electrónica de los sistemas de detección gamma. Además, las calibraciones necesarias en el sistema para determinar la actividad y los radionucleidos que muestran emisión gamma en una muestra.

### 1.8.1 Detectores de germanio hiperpuro para detección de radiación gamma

Los detectores semiconductores, como los detectores de germanio hiperpuro (HP-Ge), funcionan por el paso de corriente a través de ellos según las condiciones físicas

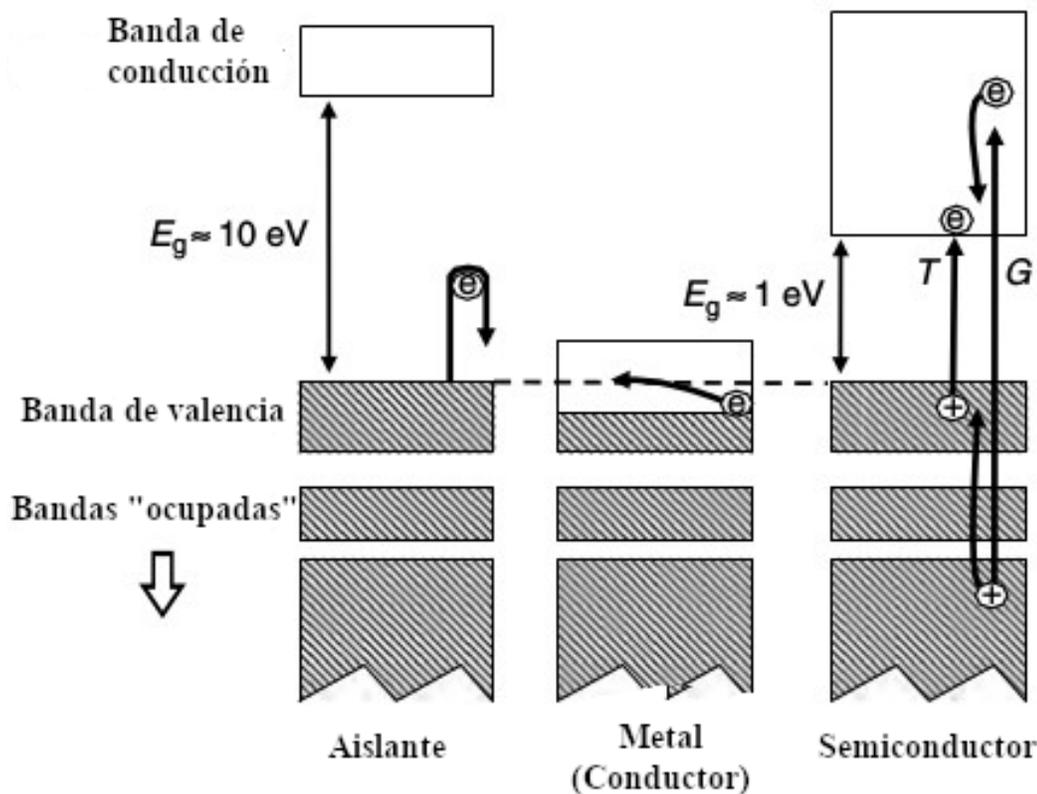


Figura 1.11: Esquema de las bandas en los diferentes tipos de materiales según el paso de corriente a través del material. Fuente: Gilmore (2008, p. 40).

del momento de medición. Los materiales semiconductores tienen una banda de conducción y una banda de valencia separadas por una banda prohibida<sup>13</sup> (Ahmed, 2007; Tsoulfanidis y Landberger, 2015; Knoll, 2010; Gilmore, 2008).

Además, estos materiales pueden encontrarse puros o poseer impurezas, proporcionándoles un exceso de electrones (**niveles donadores** o **semiconductores tipo n**), o un exceso de huecos (**niveles aceptores** o **semiconductores tipo p**) (Gilmore, 2008). El paso de la radiación a través del detector semiconductor genera un par electrón-hueco<sup>14</sup> (Leo, 1994).

La unión de dos semiconductores n y p (**unión np** o *np junction* en inglés) generan un campo eléctrico dentro del material debido al desequilibrio de electrones en el tipo

<sup>13</sup>El término banda se refiere a un grupo de niveles de energía discretos que se encuentran poco separados entre sí. Las diferentes bandas se clasifican de la siguiente forma: los niveles de energía de los electrones ligados (valencia), los niveles de energía de los huecos (conducción) y los niveles de energía no asociados al sistema y es imposible ocupar (prohibida).

<sup>14</sup>Un par electrón hueco es cuando, en la estructura del semiconductor, un electrón de la banda de valencia se mueve a la banda de conducción. En consecuencia, libera un nivel de energía y este es ocupado por otro electrón generando una corriente eléctrica en el material.

n y de huecos en el tipo p. Por eso los electrones en exceso del semiconductor tipo n fluyen hacia el semiconductor tipo p, mientras que, los huecos en el tipo p fluyen hacia el semiconductor tipo n. La región donde los electrones y huecos se anulan se llama **región de merma** (*depletion region* en inglés) descrita por el campo eléctrico presente en la unión np (Ahmed, 2007).

$$d = x_{nd} + x_{pd}. \quad (1.82)$$

Donde  $x_{nd}$  y  $x_{pd}$  son las distancias de merma en el semiconductor n y p respectivamente. Estas se calculan con la ecuación de Poisson del potencial eléctrico  $\phi(\vec{r})$  en función de la distribución de carga  $\rho(\vec{r})$  y la permitividad eléctrica del semiconductor (Jackson, 1999):

$$\nabla^2 \phi(\vec{r}) = \frac{\rho(\vec{r})}{\epsilon}. \quad (1.83)$$

Además, el campo eléctrico  $\vec{E}(\vec{r})$  se calcula a partir de la siguiente ecuación (Jackson, 1999):

$$\vec{E}(\vec{r}) = -\vec{\nabla} \phi(\vec{r}). \quad (1.84)$$

Por otro lado, la capacitancia del detector está determinada por la carga generada por el paso de radiación y el potencial eléctrico  $C = q/\phi$  (Ahmed, 2007).

Debido al proceso de formación de pares electrón-hueco, los detectores de germanio hiperpuro tienen una resolución de 1,8 keV (Gilmore, 2008).

La eficiencia de detección varía entre las geometrías de cada detector. Estas se asocian a diferentes rangos de energía de trabajo. Además, el tipo de impureza presente en el semiconductor, ya sea n o p, también influye. En la figura 1.12 se observan algunos ejemplos de configuraciones geométricas.

- **Plana:** un detector plano es una placa de semiconductor. Existen diferencias entre el tipo de encapsulado que afectan el funcionamiento (Knoll, 2010). En general, el campo eléctrico para este sistema se obtiene al resolver las ecuaciones de 1.83 y 1.84:

$$|\vec{E}(x)| = \frac{V}{d} + \frac{eN_A}{\epsilon} \left( \frac{d}{2} - x \right). \quad (1.85)$$

$V$  es el voltaje aplicado sobre el detector y  $N_A$  es el número de aceptores (Knoll,

2010). La capacitancia por unidad de área de un detector plano es:

$$C_A = \left( \frac{\varepsilon\rho}{2V} \right)^{1/2}. \quad (1.86)$$

- **Coaxial:** los detectores del tipo coaxial poseen una geometría cilíndrica. Estos se clasifican en **coaxial verdadero** y **coaxial encapsulado**. La diferencia radica en la geometría de los contactos del detector. Los detectores coaxiales encapsulados son fabricados en mayor frecuencia (Knoll, 2010).

Los detectores coaxiales encapsulados son tipo n, si la cobertura externa es un material tipo p, y la interna tipo n, mientras que los detectores coaxiales tipo p son descritos por la configuración contraria (Knoll, 2010).

El campo eléctrico de este detector se obtiene al resolver la ecuación 1.84 para simetría cilíndrica:

$$\left| \vec{\mathbf{E}}(r) \right| = \frac{eN_A}{2\varepsilon} + \frac{V - (eN_A/4\varepsilon)(r_2^2 - r_1^2)}{r \ln(r_2/r_1)}. \quad (1.87)$$

$r_1$  y  $r_2$  son los radios interno y externo del detector respectivamente.

La capacitancia por unidad del detector está dada como:

$$C_l = \frac{2\pi\varepsilon}{\ln(r_2/r_1)}. \quad (1.88)$$

Los detalles del cálculo de las ecuaciones 1.87 y 1.88 se encuentran en el libro *Radiation Detection and Measurements* (Knoll, 2010).

- **Pozo:** los detectores de pozo son semejantes a los detectores del tipo coaxial encapsulado, pero a diferencia de estos el detector rodea la muestra por lo que tiene una mayor cobertura para detectar la radiación emitida por una muestra. Esto hace que la eficiencia en este tipo de detectores sea mucho mayor que en los casos anteriores (Knoll, 2010; Gilmore, 2008).

## 1.8.2 Cadena electrónica del detector

La cadena electrónica del detector es el sistema de elementos electrónicos encargado de capturar la señal generada en el detector y almacenada en los sistemas computacionales, para ser analizados después (Gilmore, 2008). Los elementos presentes en la cadena de detección se observan en la figura 1.13.

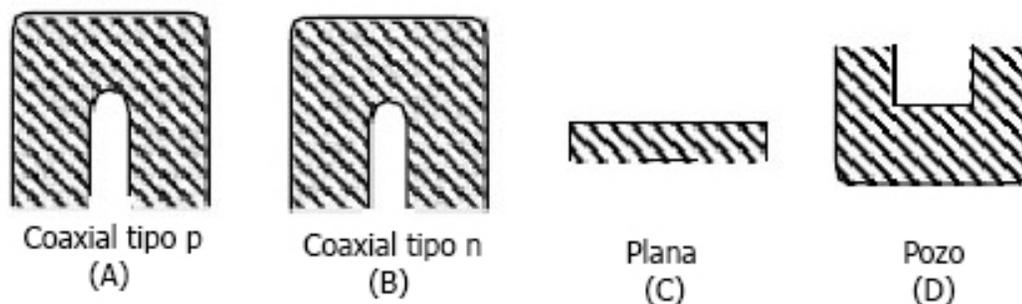


Figura 1.12: Tipos de geometría de un detector HPGe. (A) Detector de geometría coaxial tipo p. (B) Detector de geometría coaxial tipo n. (C) Detector de geometría plana. (D) Detector de geometría de pozo. Fuente: Gilmore (2008, p. 48).

Los elementos básicos de la cadena de detección para espectroscopía gamma son: el detector, el preamplificador, el amplificador y el analizador multicanal (MCA por sus siglas en inglés *Multichannel Analyzer*).

### 1.8.2.1 Preamplificador

La función del preamplificador es convertir en una señal analógica la corriente producida por el par electrón-hueco formado por el paso de radiación dentro del detector. A partir de la electrónica presente en el preamplificador, se genera la forma de la señal (Tsoulfanidis y Landberger, 2015).

Entre las características del preamplificador, están la razón  $S/N$  *signal - to - noise ratio* y considera el tamaño del pulso emitido por el detector en contraste con el voltaje de ruido electrónico del sistema (Gilmore, 2008).

Existen tres modos de funcionamiento para los preamplificadores. Estos se clasifican en:

- El **preamplificador con sensibilidad de voltaje** funciona a partir de una relación de voltajes de entrada y salida o sensibilidad de voltaje (*voltaje sensitive*), como se muestra en la figura 1.14 (A). El voltaje de la señal saliente viene dado como:

$$V_a = \frac{R_a}{R_s + R_a} V_s. \quad (1.89)$$

Donde el voltaje  $V_a$  es el voltaje de entrada para el amplificador,  $V_s$  es el voltaje de la señal,  $R_a$  y  $R_s$  son las resistencias del amplificador y de la señal (Ahmed, 2007).

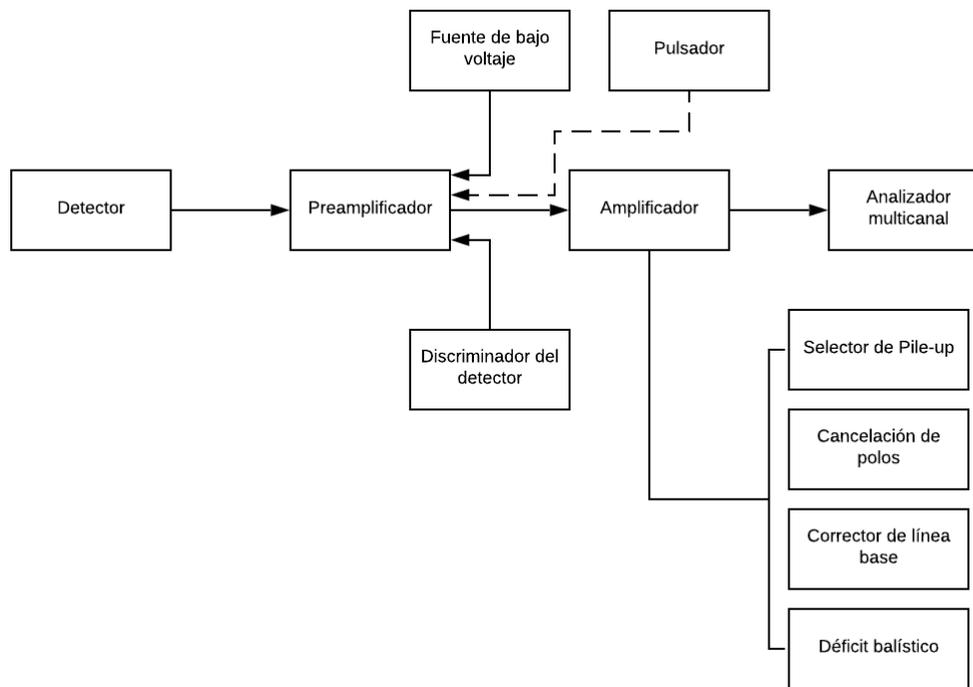


Figura 1.13: Diagrama de procesamiento de señales de un detector de radiación gamma. Fuente: Gilmore (2008, p. 62).

El voltaje de salida  $V_{out}$  es el voltaje del amplificador del circuito por la ganancia  $A$ . En función del voltaje, la señal que se aproxima con la carga del capacitor combinado  $C_d$ , se obtiene que el voltaje de salida del preamplificador es:

$$V_{out} \approx \frac{A}{C_d} \int_0^{t_0} i_s(t) dt. \quad (1.90)$$

Donde  $i_s(t)$  es la corriente instantánea proveniente del detector (Ahmed, 2007; Knoll, 2010). El tiempo de recolección de la señal se determina usando el siguiente criterio:

$$t_d \ll R_a C_d. \quad (1.91)$$

Este tipo de preamplificadores son poco eficientes cuando trabajan con detectores semiconductores, ya que la capacitancia del detector varía con las fluctuaciones de temperatura. Este tipo es ideal para cámaras de ionización (Ahmed, 2007).

- El **preamplificador de sensibilidad de corriente** funciona utilizando una relación entre las corrientes eléctricas de entrada y salida del circuito. (Ver 1.14 (B)).

La corriente instantánea que sale del detector es proporcional a la corriente de salida del preamplificador ( $V_{out} \propto i_s$ ). A este circuito se le conoce como conversor de corriente a voltaje (Ahmed, 2007). En este caso, se tiene que:

$$i_a = \frac{R_s}{R_a + R_s} i_s. \quad (1.92)$$

Donde  $i_a$  es la corriente a través del preamplificador. En este caso el tiempo de descarga del detector es mucho menor que el tiempo de recolección, de ahí se obtiene que:

$$\tau_d \gg R_s C_d. \quad (1.93)$$

- El **preamplificador con sensibilidad de carga** funciona relacionando el voltaje de salida con la carga acumulada y la capacitancia de un condensador de retroalimentación o *feedback capacitor*. La carga acumulada proviene del detector y de capacitor adicional llamado. (Ver figura 1.14 (C)). El voltaje de salida de estos detectores se determina partir de:

$$\begin{aligned} V_{out} &\propto \frac{Q_f}{C_f} \text{ o} \\ V_{out} &\propto \frac{Q_d}{C_f}. \end{aligned} \quad (1.94)$$

Donde  $Q_f$  es la carga acumulada en el capacitor de *feedback* y  $Q_d$  es la carga acumulada en la capacitancia combinada  $C_d$ . En estos tipos de preamplificadores, se tienen los siguientes factores: si la corriente en el preamplificador es cero, las cargas del capacitor  $C_d$  y  $C_f$  son aproximadamente iguales. En este caso, se obtiene la capacitancia de entrada o capacitancia dinámica, la cual sirve para determinar la ganancia de carga del preamplificador  $A_Q \approx 1/C_f$  y la eficiencia de transferencia de carga  $\eta_{in} = 1/(1 + C_d/C_{in})$  (Ahmed, 2007).

Debido a que la carga se acumula en el capacitor de retroalimentación, es necesario que este tipo de preamplificador posea un mecanismo de descarga para el capacitor. Estos elementos poseen dos mecanismos para ese proceso: la retroalimentación resistiva (*resistive feedback*) o por restablecimiento de pulso (*pulse reset*).

El mecanismo de *resistive feedback* consiste en agregar una resistencia para fijar el tiempo de descarga del capacitor de retroalimentación, el problema de este

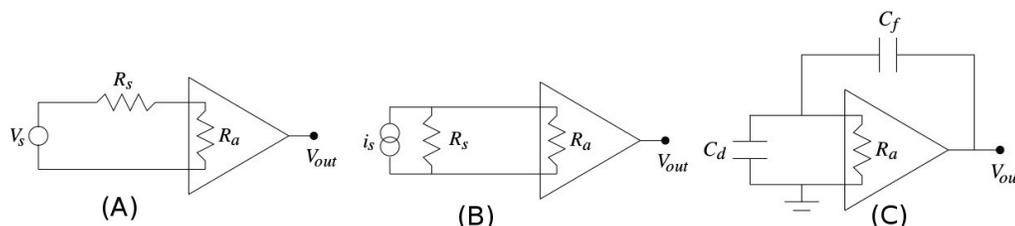


Figura 1.14: Circuito descriptivo para los diferentes modos de funcionamiento de un preamplificador (A) *Voltage sensitive*. (B) *Current sensitive*. (C) *Charge sensitive*. Fuente: Ahmed (2007, pp. 466, 468-469).

mecanismo es que agrega más ruido electrónico al sistema debido a la resistencia agregada (ruido de Johnson (Gilmore, 2008)).

El mecanismo de *pulsed reset* consiste en una serie de interruptores, los cuales muchas veces consisten en transistores del tipo FET (*field effect transistor*), estos se abren y cierran para descargar el capacitor de retroalimentación agregando tiempo a la circuitería del preamplificador, al tiempo de desfase entre la señal y la respuesta se le llama *time jitter* y precisamente es el tiempo de corrimiento la señal debido al tiempo de respuesta de la circuitería del preamplificador. Como los interruptores, se abren y cierran en función de la carga de retroalimentación, utilizando un método *optical reset trigger* para reducir los tiempos de respuesta de los interruptores (Ahmed, 2007). Este método está constituido por la unión de un FET y un emisor de luz. Lo que reduce el ruido generado por la circuitería (Knoll, 2010).

### 1.8.2.2 Amplificador y pulsador (*pulse shaper*)

La función del amplificador es incrementar el voltaje de la señal proveniente del preamplificador y para ser contabilizada por el MCA. Una función importante del amplificador es dar la forma de la señal, así como definir el tiempo de la señal al ser almacenada por el MCA (Tsoulfanidis y Landberger, 2015).

Un elemento encontrado junto al amplificador es el pulsador (*pulse shaper*) y este define la forma de la señal a analizar por el MCA. Dependiendo de los filtros del amplificador, ya sean de paso alto, paso bajo o paso banda, se designa la forma de la señal recibida el MCA (Leo, 1994; Ahmed, 2007).

Como parte de algunos de los defectos, la señal proviene de la circuitería y esto ocasiona el corrimiento de la línea base y la posibilidad de aparición de polos en la fun-

| Tipos de pulsos   |                            | "Ruido"<br>Relativo  |
|---|----------------------------|--|
|  | Cúspide                    | 1,00   |
|  | Triangular                 | 1,08   |
|  | Gaussiano                  | 1,12   |
|  | CR, $nRC$                  | $\left\{ \begin{array}{l} 1,36, n = 1 \\ 1,22, n = 2 \\ 1,18, n = 3 \\ 1,12, n = \infty \end{array} \right.$ |
|  | Doble CR, RC               | 1,88   |
|  | Línea de retraso<br>RL, CR | 1,10 – 1,41  |

Figura 1.15: Clasificación de los tipos de pulsos, y el ruido electrónico de los circuitos que los generan. Fuente: Gilmore (2008, p. 72).

ción de transferencia de la señal obtenida por la circuitería. El sistema del amplificador corrige estos errores a partir de los siguientes sistemas:

- **Cancelador de polos** (*Pole-zero cancelation*): el sistema *pole-zero cancelation* consiste en una resistencia ajustable conectada a uno de los filtros  $RC$ , para regular la señal obtenida del preamplificador, eliminando uno de los polos de la función de transferencia de la forma  $CR-CR-RC$  (ver figura 1.14), buscando que sea más parecida a una señal del tipo  $CR-RC$  (Ahmed, 2007).
- **Corrimiento de la línea base**: cuando una señal proveniente del preamplificador se comporta como una señal bipolar ( $CR-CR-RC$ ), en lugar de una señal monopolar ( $CR-RC$ ), produce problemas de cuentas, ya que cambia la altura del pulso detectado por el MCA. Este efecto incrementa el ruido en la señal. La solución a este problema es agregar un circuito restaurador de la línea base (*baseline restorer*) al final del circuito amplificador. Este se encarga de fijar la diferencia de potencial base del sistema (Gilmore, 2008).
- **Suma aleatoria** o (*Pile-up*): cuando se tienen dos picos consecutivos, los cuales el sistema, en lugar de detectar dos eventos diferentes, los considera como uno solo.

Este fenómeno se conoce como suma aleatoria o *pile-up*. Sucede con las señales cuyos máximos están muy cercanos y sus anchos se traslapan. Este problema se resuelve al introducir un interruptor que se active en el momento que aparece un pico después de otro y se excluye el pico entrante en ese tiempo; ese periodo de tiempo relacionado con el ancho del pico se incluye en el tiempo muerto del sistema de detección (Ahmed, 2007; Gilmore, 2008).

- **Déficit balístico:** se menciona el déficit balístico o *ballistic deficit* cuando el voltaje del pulso es menor que el voltaje real que mostraría el pulso proveniente del preamplificador, si se tomara un tiempo mayor al tiempo definido por los filtros del *pulse shaper*. El déficit es constante y proporcional a cada señal, pero varía con el tiempo de “carga” de cada señal. Este problema afecta la resolución de los picos a la hora de obtener el espectro (Gilmore, 2008).

### 1.8.2.3 Multichannel analyzer

El *multichannel analyzer* o MCA es elemento final de la cadena electrónica del proceso de toma de datos del detector al proceso de visualización del espectro final. El MCA tiene dos secciones, un proceso de discriminación de señales por canal y un proceso de almacenamiento de las señales recibidas en memoria. Este último comprende una transformación de la señal analógica obtenida a una señal lógica, la cual se almacena como unas cuentas en un determinado canal (Knoll, 2010).

- **Discriminador:** el discriminador básicamente cumple la función de categorizar las señales provenientes del amplificador y seleccionarlas para convertirse en cuentas para un canal específico o en pulso desechados, enviados en un canal específico. El mecanismo consiste en un analizador monocanal o SCA (*single channel analyzer*) el cual tiene un rango de voltaje asociado a los límites inferiores y superiores de voltaje, LLD (*lower level discrimination*) y ULD (*upper level discriminator*), respectivamente. A partir del número de pulsos recibidos en ese rango específico de “energía”, se toma un número de cuentas (Ahmed, 2007).
- **Conversor analógico-digital:** un ADC (*analog-to-digital conversor*) o conversor analógico-digital es un dispositivo electrónico que se encarga de tomar los pulsos discriminados y convertir la señal analógica obtenida de la circuitería del detector en un pulso lógico y almacenarlo en módulo de instrumentación nuclear o NIM

(*Nuclear Instrumentation Module*)<sup>15</sup>, esta señal es almacenada en un campo de memoria específico para cada canal.

#### 1.8.2.4 Tiempo muerto

Cuando se utiliza un sistema ADC, es necesario conocer los parámetros del tiempo de procesamiento de la información. El tiempo muerto o *dead time* se calcula como la diferencia entre el tiempo activo *live time* y el tiempo real; este tiempo muerto se refiere a los intervalos temporales del sistema para procesar los pulsos consecutivos, es decir, cuánto tarda en procesar una señal y prepararse para analizar la señal siguiente:

$$DT = RT - LT, \quad (1.95)$$

Donde  $DT$  es el tiempo muerto,  $RT$  es el tiempo real y  $LT$  es el tiempo activo del sistema. El concepto de tiempo muerto es necesario para determinar el número de cuentas que no fueron procesadas a la hora de obtener un espectro específico (Gilmore, 2008; Ahmed, 2007).

El problema de *pile-up* también se suma al tiempo muerto. En este caso, el sistema quitará el evento que está por fuera del tiempo activo. Existen dos modos de tiempo muerto, y son el **paralizable** o **no-paralizable**. El modo paralizable sucede cuando, al momento de existir dos o más eventos consecutivos, solo se toma uno y los otros eventos se excluyen del análisis del sistema. El número de eventos reportados tiene la siguiente forma de describirse:

$$n = \frac{m}{1 - m\tau}. \quad (1.96)$$

Donde  $n$  es el número de eventos reportados,  $m$  es el número de eventos reales y  $\tau$  es el tiempo muerto del sistema.

Por otro lado, el caso del modo no-paralizable, los eventos por almacenar se designan a partir del tiempo muerto del sistema. En este caso, el tiempo muerto varía entre un evento y otro. El número de eventos reportado tiene la forma:

$$m = ne^{-n\tau}. \quad (1.97)$$

La figura 1.16 muestra el comportamiento del número de cuentas detectadas en el caso paralizable. Este modo tiende a 0 después de un número largo de eventos reales. En

---

<sup>15</sup>Pueden existir otros tipos de módulos de almacenamiento como CAMAC, el cual es un módulo complementario para el NIM, utilizado mayoritariamente en experimentos de altas energías (Leo, 1994).

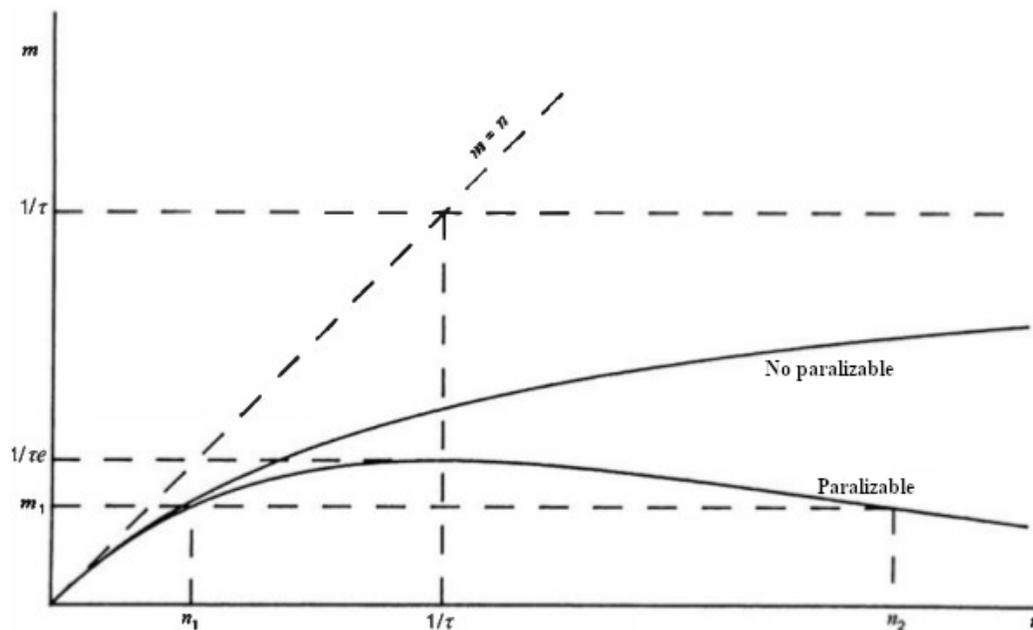


Figura 1.16: Gráfico de número de cuentas detectadas contra el número de eventos reales. Fuente: Knoll (2010, p. 123).

contraste, el caso no-paralizabile se comporta asintóticamente a un valor  $n$  determinado para un tiempo muerto designado.

Si el número de cuentas es bajo, ( $n \ll 1/\tau$ ), ambos métodos tienen un comportamiento semejante (Knoll, 2010). Siguiendo estos dos modos, se determina el valor del tiempo muerto del sistema a partir de la ecuación de desintegración de una fuente conocida  $n = n_0 e^{-\lambda t}$  donde  $n_0$  es el valor inicial real de la fuente, sin las cuentas de fondo, y al utilizar el número de cuentas de la fuente en las ecuaciones 1.96 y 1.97, se obtiene que  $m e^{-\lambda t} = -n_0 \tau + n_0$  y  $\lambda t + \ln m = -n_0 \tau e^{-\lambda t} + \ln n_0$ , graficando como una línea recta se obtiene el tiempo muerto a partir de la pendiente de la recta de mejor ajuste.

### 1.8.3 Calibraciones para espectroscopía gamma

El espectro generado por el paso de los rayos gamma a través del detector de germanio se transforma en el número de cuentas por canal contra el número de canal asignado por el MCA a cada pulso entrante. A partir de esto, es imposible obtener la actividad de la muestra analizada. Para completar la medición se debe realizar tres calibraciones importantes (Gilmore, 2008):

- **Calibración por energía:** encuentra la energía correspondiente de cada canal.

- **Calibración de ancho de pico:** reconoce la variación del ancho del pico de energía en la conversión de canales a energía.
- **Calibración por eficiencia:** relaciona el número de cuentas con la actividad de la muestra que se analiza, en el caso específico de la radiación gamma, es la actividad por unidad de masa.

### 1.8.3.1 Calibración por energía

Una calibración por energías consiste en comparar la energía de los picos de una fuente con emisiones de fotones de una energía conocida y su posición en los canales del MCA (Gilmore, 2008). La coincidencia entre la energía y los canales del MCA está dada por la siguiente ecuación de ajuste:

$$E(C) [\text{keV}] = a_0 [\text{keV}] + a_1 [\text{keV}] \times C. \quad (1.98)$$

Donde  $E(C)$  es la energía asociada a algún canal, los parámetros  $a_0$  y  $a_1$  son el intercepto con el eje la pendiente de la relación, respectivamente. En los ADC y MCA modernos la relación entre canal y energía es prácticamente línea (Ahmed, 2007; Gilmore, 2008; Tsoulfanidis y Landberger, 2015). En general la relación entre canales y energías se describe por una curva polinomial:

$$E(C) = \sum_{i=0}^N a_i C^i, \quad (1.99)$$

Donde  $a_i$  corresponde a un factor de ajuste según la potencia del número de canal, pero este tipo de relaciones es mucho más común en sistemas ADC antiguos (Gilmore, 2008; Tsoulfanidis y Landberger, 2015).

Las fuentes utilizadas en calibraciones de energía en un sistema específico necesitan que las energías emitidas se encuentren dentro de la región de confianza del detector, y que contengan al menos dos picos en esa región (Gilmore, 2008). Existe el caso de la coincidencia de que dos picos de diferentes energías se detecten al mismo tiempo. En este caso, el canal almacena un único pico con una energía igual a la suma de los dos picos detectados. El pico de coincidencia también es un parámetro válido en la calibración (Knoll, 2010).

Las calibraciones por energía necesitan información como la distancia de la fuente sobre el detector, el tipo de configuración del detector, la geometría de la fuente utilizada

para realizar la calibración, además de los picos de coincidencia de la fuente en el espectro obtenido (Gilmore, 2008).

### 1.8.3.2 Calibraciones de ancho del pico

Entre los aspectos por considerar a la hora de analizar un espectro, se encuentra el ancho de los picos para cada energía. Si bien se sabe que los picos muestran una distribución gaussiana (Tsoulfanidis y Landberger, 2015), el ancho del pico se obtiene a partir de un análisis FWHM (*Full width half maximum*).

En un análisis FWHM se obtiene la posición del canal donde el número de cuentas es la mitad del máximo. Estas son dos posiciones, una ubicada antes del canal del máximo y otra después del canal central, como se observan en la figura 1.17. El ancho del pico tiene la siguiente forma:

$$\Gamma = C - A + \frac{C_H - C_A}{C_A - C_B} - \frac{C_C - C_H}{C_D - C_C}. \quad (1.100)$$

Donde  $\Gamma$  es el ancho del pico,  $A$  y  $C$  son canales elegidos para extrapolar la posición de los canales, donde la cuenta  $C_H = \frac{C_T - C_0}{2}$  es el valor de la mitad del pico ( $C_T$  el número de cuentas máximo del pico y  $C_0$  las cuentas de fondo del espectro),  $C_A$ ,  $C_B$ ,  $C_C$  y  $C_D$  son las cuentas en los canales utilizados para interpolar la posición de los canales de FWHM (Gilmore, 2008).

### 1.8.3.3 Calibración por eficiencia

La calibración de un detector por eficiencia depende de varios factores como la geometría de la fuente, la geometría del detector utilizado, la distancia entre la fuente y el detector. Además, debe considerarse la existencia de picos de coincidencia por los radionucleidos de la fuente (Knoll, 2010). También se consideran las atenuaciones de la fuente y el detector. Y la desintegración de los elementos de la fuente en el tiempo de detección. Junto con el tiempo muerto del espectro (Gilmore, 2008).

Las calibraciones por eficiencia generalmente se obtienen a partir ecuaciones semi-empíricas para algunas regiones energéticas del detector, pero la curva de eficiencia del detector también depende del empate realizado sobre las curvas. En principio, la eficiencia obtenida para un detector es la relación entre partículas emitidas por la fuente y partículas contadas por el detector (Tsoulfanidis y Landberger, 2015; Knoll, 2010;

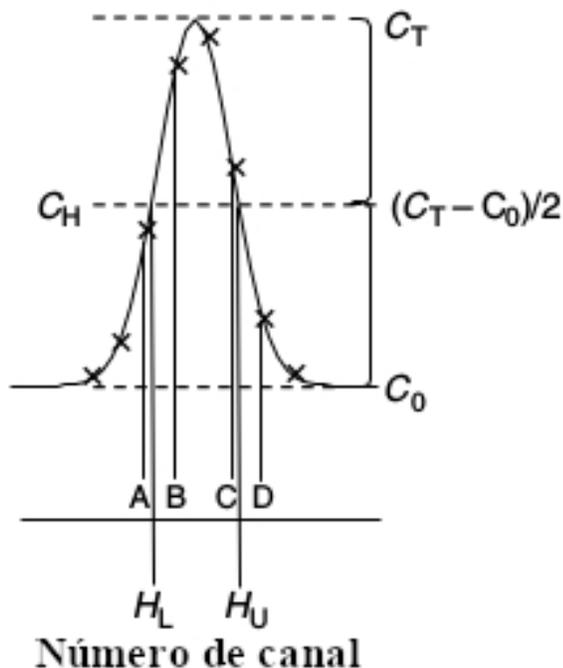


Figura 1.17: Método para estimar el FWHM por interpolación de canales. Fuente: Gilmore (2008, p. 148).

Gilmore, 2008). El cual se describe como:

$$\varepsilon = \frac{N_{detec}}{N_{emit}} = \frac{R}{\Omega F(E)S}. \quad (1.101)$$

Donde  $R$  es el conteo neto por unidad de tiempo,  $\Omega$  es el ángulo sólido. En general el ángulo sólido depende de varios factores, como la distancia entre el detector y la fuente,  $d$ , la geometría entre el detector y la fuente. En general se puede describir el ángulo sólido como:

$$\Omega = \frac{\int_{A_d} \int_{A_f} \left( \frac{S_0 dA_f}{4\pi r^2} \right) dA_d \left( \frac{\hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{r}}}{r} \right)}{S_0 A_s} = \frac{1}{4\pi A_f} \int_{A_f} \left( \int_{A_d} \frac{\cos \omega}{r} dA_d \right) dA_f. \quad (1.102)$$

$A_f$  y  $A_d$  son las áreas de la fuente y el detector,  $S_0$  es el número de partículas emitidas por la fuente, estos valores geométricos son parámetros que se utilizan en el método de Montecarlo para calcular la eficiencia de un detector. El valor de  $\omega$  está relacionado con el área efectiva del sistema de detección, ver figura 1.18 (Tsoufanidis y Landberger, 2015).

$F(E) = f_a f_b \dots$  es el factor producido por la atenuación total del material y la fuente,

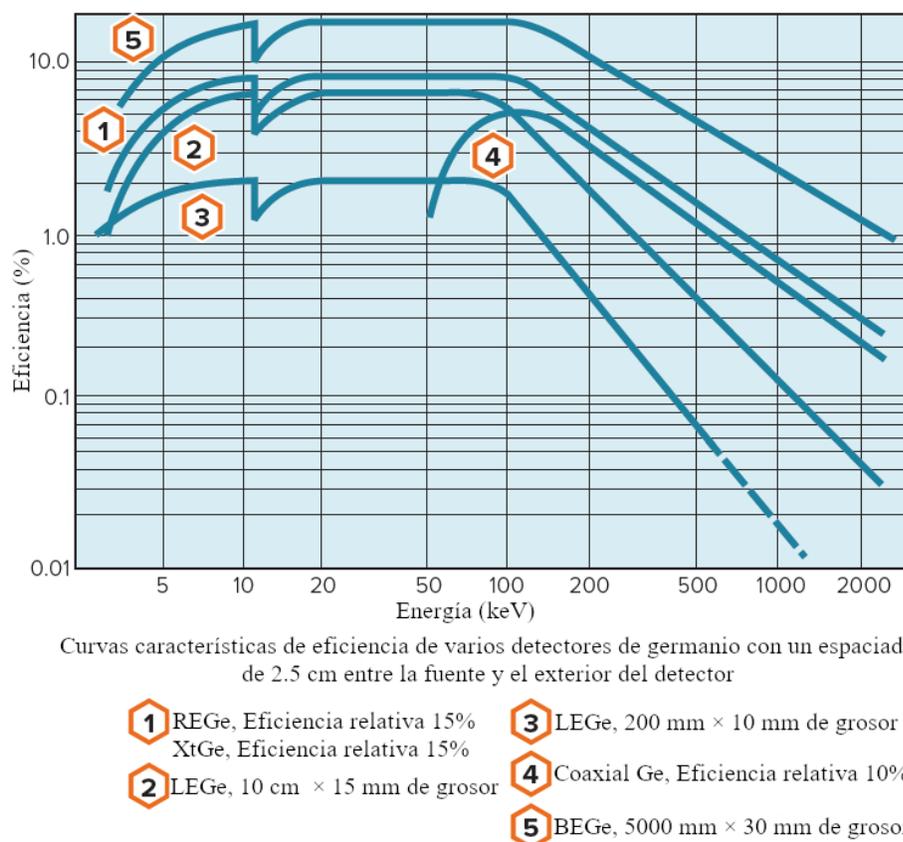


Figura 1.18: Curva de eficiencia de los detectores de germanio hiperpuro Canberra. La eficiencia depende de las diferentes geometrías, tipos de dopaje y tamaño de ventana. Fuente: Canberra (2003, p. 2).

también del medio, los cuales están descritos en la sección 1.6. Por otro lado,  $S_0$  es la actividad total de la fuente en Bq (Tsoulfanidis y Landberger, 2015; Gilmore, 2008). El valor esperado para la curva de eficiencia de un detector de germanio se escribe como:

$$\varepsilon \approx \tau + \sigma Q \exp\{-RE\}. \quad (1.103)$$

Donde  $\tau$  y  $\sigma$  se relacionan con los coeficientes de absorción del efecto fotoeléctrico y el efecto Compton, respectivamente.  $E$  es la energía de la emisión gamma (Freeman y Jenkin, 1966; Mowatt, 1969).

Las ecuaciones de eficiencia están definidas por regiones de energía. Es decir, existe una curva de calibración para la región de los 130 keV a 2000 keV, mientras que existe otra ecuación de calibración para la región de los 3 keV a 130 keV. El tipo de curva difiere según el tipo de detector, como se muestra en la figura 1.18 (Gilmore, 2008).

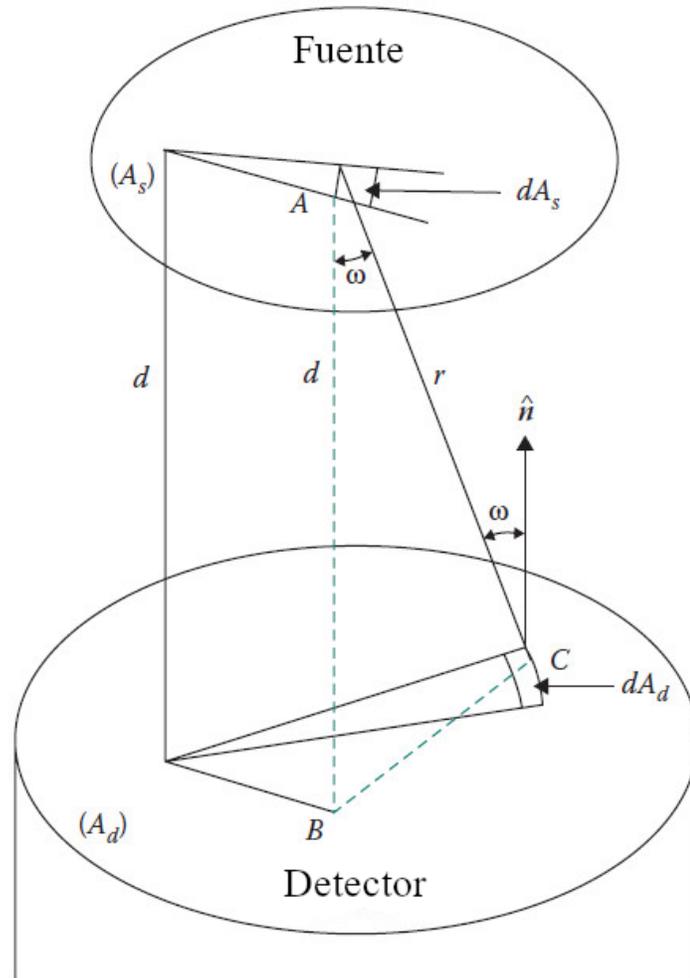


Figura 1.19: Diagrama del factor geométrico que se muestra entre una fuente y un detector. Fuente: Tsoufanidis y Landberger (2015, p. 246).

En el caso de las curvas de un detector coaxial, se obtiene por la ecuación de McNelles-Campbell (McNelles y Campbell, 1973) para describir la eficiencia del detector por arriba de los 130 keV, la atenuación en los 511 keV es debido al proceso de formación de par electrón-positrón (Gilmore, 2008).

$$\varepsilon = \left(\frac{a_1}{E}\right)^{a_2} + a_3 \exp\{-a_4 E\} + a_5 \exp\{-a_6 E\} + a_7 \exp\{-a_8 E\}. \quad (1.104)$$

Para más bajas energías los valores de la eficiencia se ven afectados por la geometría del objeto, en la figura 1.10 los picos por la atenuación del efecto fotoeléctrico en el germanio 11,104 keV (Rosner y Gur, 1973).

El uso de herramientas computacionales como *Geant4* o *deteff* son útiles para encon-

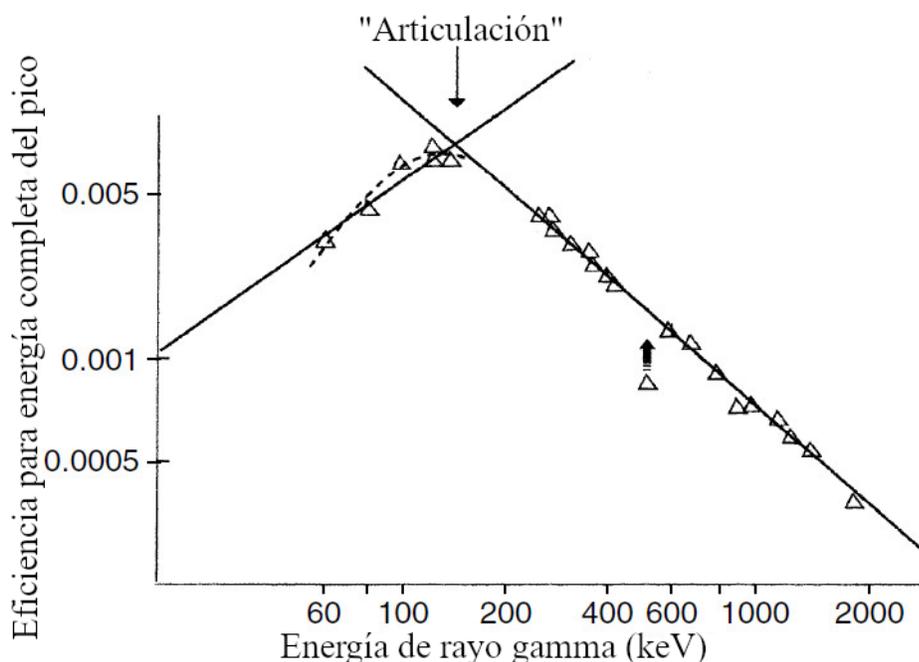


Figura 1.20: Curva de eficiencia de un detector de germanio hiperpuro. La calibración por eficiencia se modela para distintas regiones del espectro energético de emisión gamma. Las curvas de calibración por eficiencia para el rango de 3 keV a 140 keV y el rango de 50 keV a 2500 keV. Se ajustan para que sean iguales a los 130 keV, este punto se conoce como la articulación de la curva. La gráfica de la curva de calibración es doblemente logarítmica. Fuente: Gilmore (2008, p. 151).

trar la curva de calibración para un detector específico. Estos simulan las interacciones de los fotones con el detector, los cuales se realizan considerando la eficiencia geométrica del detector y alguna muestra en particular a partir de simulaciones utilizando Montecarlo. Otro método utilizado consiste en encontrar la curva de calibración utilizando fuentes certificadas de las cuales se conoce la actividad de cada radionucleido presente, y que las características de la matriz de las muestras analizada es semejante (Gilmore, 2008; Tsoufanidis y Landberger, 2015; Knoll, 2010).

#### 1.8.4 Ajuste y análisis de los picos de emisión

El análisis por espectroscopía gamma consiste en identificar los radionucleidos emisores de radiación gamma presentes en la muestra y cuantificar la concentración de actividad de estos. En las secciones anteriores se describe el proceso de adquisición de datos de una muestra y la construcción del espectro de emisión gamma. Además, se hace mención de las calibraciones de energía, ancho de picos y eficiencia que se realizan. El objetivo de este apartado es unir todos los conceptos de espectroscopía gamma y

calibraciones necesarios para el análisis de una muestra.

Primero, para identificar los fotopicos de emisión gamma, se debe precisar si los picos son distinguibles entre sí. Los picos son distinguibles cuando la diferencia de energía de dos de ellos es  $E_2 - E_1 > 2\Gamma$ . Por otro lado, si la diferencia de energía entre dos fotopicos es  $E_2 - E_1 = 2\Gamma$ , estos son resolubles. Los picos son difícilmente identificables entre sí o no identificables cuando  $E_2 - E_1 \leq \Gamma$ . El término  $\Gamma$  es el ancho del pico en el espectro descrito en la ecuación 1.81 (Tsoulfanidis y Landberger, 2015).

Además del ancho de los picos, se debe determinar si realmente existe un pico en un canal específico. Como se observa en las figuras 1.10(a) y 1.10(b), para un fotopico de una fuente monoenergética, existe una cantidad de cuentas asociadas a la interacción de los fotones con la materia. A todas esas cuentas que se encuentran dentro del espectro continuo de Compton, además de los rayos X del blindaje y ruido se les conoce como “fondo” (Ahmed, 2007). Con esa información se establece un nivel de confianza de la radiación medida, esta está asociada al ruido del sistema y también a la eficiencia del sistema de detección (Gilmore, 2008).

El ancho del pico y la confianza de detección son elementos por conocer cuando se analiza el área de un pico. En espectroscopía gamma el área del pico representa la actividad o concentración de actividad de un radionucleido (Gilmore, 2008). A estas áreas en algunos programas computacionales de análisis de espectroscopía gamma se les llama región de interés o ROI, del inglés *region of interest*. En esta región deben separarse las cuentas del fotopico y las cuentas del fondo de otros fotopicos presentes (Gilmore, 2008; Tsoulfanidis y Landberger, 2015).

Existen múltiples métodos para determinar el área de un pico. Entre ellos, el método del área total del pico, método de Wasson, método de Sterlinski, método de Covell, método de Wasson-Sterlinski y el método de Quittner. Estos se diferencian en cómo seleccionar los canales cercanos al centroide del pico<sup>16</sup> para obtener el área. Cada método tiene una incertidumbre asociada al área calculada (Baedeker, 1971; Kokta, 1973).

- **Método de área total del pico (NPA):** este método (NPA) *net peak area*, consiste en restar al total de las cuentas por canal y el trapezoide inferior al pico que corresponde al espectro continuo mediante la siguiente ecuación (Tsoulfanidis y Landberger, 2015),

---

<sup>16</sup>Un centroide es la ubicación del canal con un número de cuentas máximas en un pico (Gilmore, 2008).

$$NPA = \sum_{i=L}^R a_i - (a_L + a_R) \frac{R - L + 1}{2}, \quad (1.105)$$

donde  $a_i$  es el número de las cuentas en el canal  $i$ ,  $L$  y  $R$  son los canales en los límites del fotopico.

- **Método de Wasson:** es una modificación al método NPA tomando canales más cercanos al centroide.
- **Método de Covell:** el método de Covell consiste en considerar la línea base utilizando únicamente los canales con una desviación estándar relativa más baja.
- **Método de Sterlinski:** el método de Sterlinski consiste en darle mayor peso a los canales que aportan menor desviación estándar relativa en comparación a los canales que aportan mayor área al fotopico.
- **Método de Quittner:** el método de Quittner consiste en construir una curva de interpolación para describir las cuentas de fondo en lugar de una línea recta como en los métodos anteriores y obtener la actividad del fotopico a partir de la diferencia entre las cuentas del canal y el valor de fondo obtenido de la curva:

$$A = \sum_{i=-n}^{i=+n} a_i - b_i. \quad (1.106)$$

Donde  $b_i$  es el valor del polinomio de fondo obtenido por la siguiente ecuación:

$$b_i = p_L + q_L(x_i - x_L) + \left| \frac{-q_R - 2q_L}{l_L + l_R} + \frac{3(p_R - p_L)}{(l_L + l_R)^2} \right| (x_i - x_L)^2 + \left| \frac{q_L + q_R}{(l_L + l_R)^2} + \frac{2(p_L - p_R)}{(l_L + l_R)^3} \right| (x_i - x_L)^3. \quad (1.107)$$

Donde los parámetros  $x_L$  y  $x_R$  son los canales de la izquierda y derecha del fotopico, respectivamente. Mientras  $p_L$  y  $p_R$  son las cuentas de los canales asignados,  $q_L$  y  $q_R$  son las pendientes de la curva obtenida por mínimos cuadrados de las cuentas, y  $l_L$  y  $l_R$  son las distancias entre el centroide y los canales  $x_L$  y  $x_R$  respectivamente (Tsoufanidis y Landberger, 2015; Quittner, 1969; Kokta, 1973).

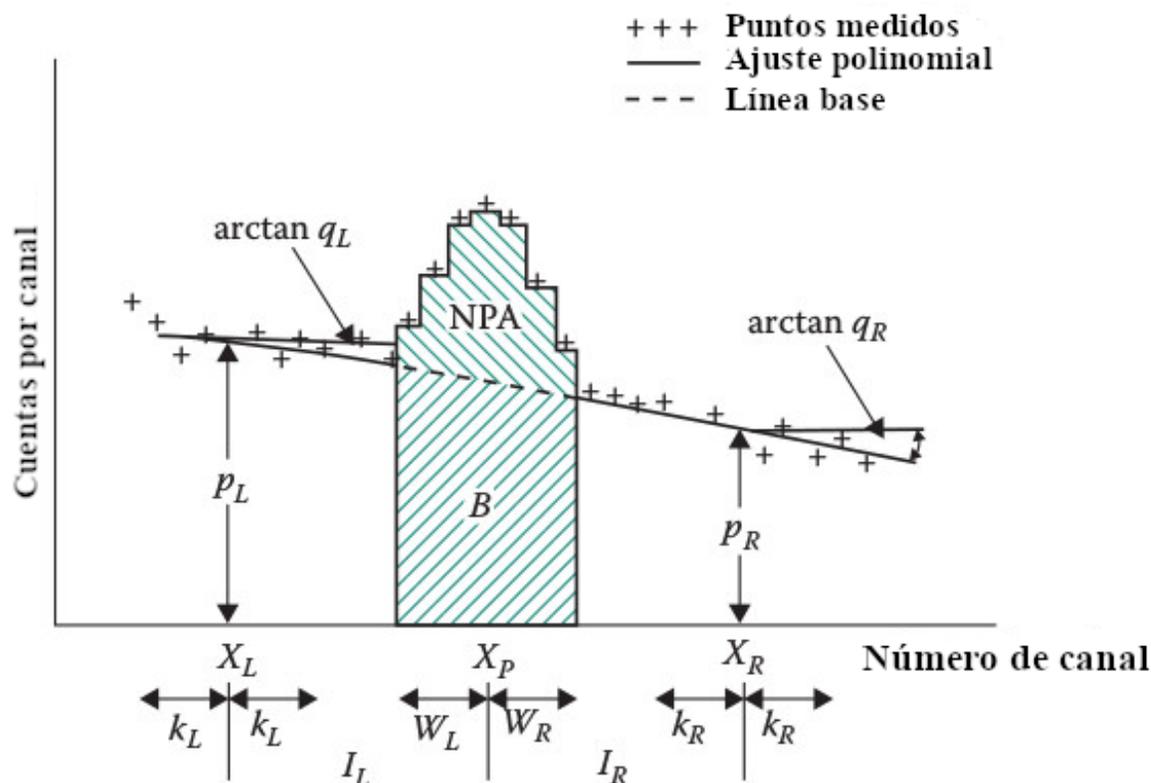


Figura 1.21: Método de Quittner para calcular el área del un fotopico específico. Fuente: Tsoufanidis y Landberger (2015, p. 371).

Los métodos de las áreas descritos anteriormente son útiles cuando los picos son distinguibles y resolubles. En el caso de picos compuestos<sup>17</sup> es necesario realizar un procedimiento adicional al cálculo del área. Las dos formas para separar las cuentas y las áreas son las siguientes:

- Deconvolución:** es una técnica de análisis en la que se extrae la información del área de un pico compuesto por múltiples picos. Esta técnica depende del código fuente del programa de análisis, eso genera que puedan existir errores de análisis debido a que no es posible revisar manualmente los cálculos. Los picos compuestos poseen tres parámetros: área, posición del pico y forma, los cuales están relacionados entre ellos. Las cuentas por canal de un pico compuesto se expresan matemáticamente como:

$$C_i = \sum_j a_j A_j g(j, \sigma_j) + R_i. \quad (1.108)$$

<sup>17</sup>Los picos compuestos son los picos formados por dos o más picos indistinguibles.

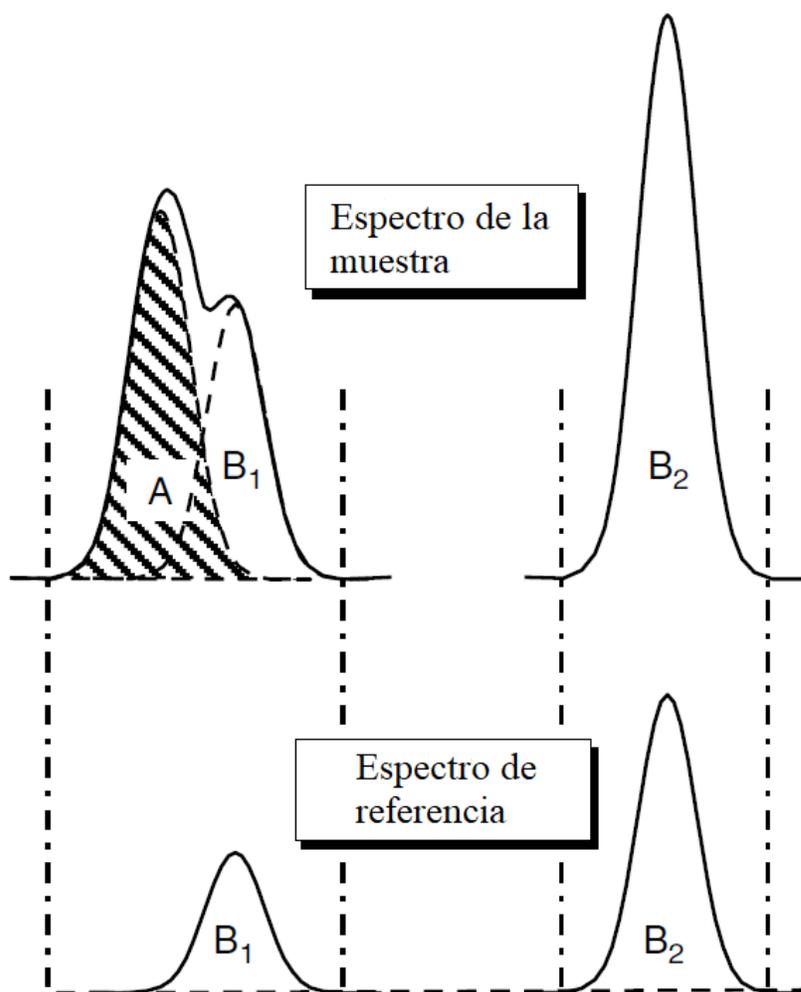


Figura 1.22: Diagrama del método de desmontado de picos. Fuente: Gilmore (2008, p. 196).

Donde  $a_j$  es un factor de ajuste asociado al radionucleido que emite el pico,  $A_j$  es el área del pico asociado al pico,  $g(j, \sigma_j)$  corresponde a la ecuación del pico, este siempre es una curva gaussiana, y el parámetro  $\sigma_j$  es la desviación estándar del pico.  $R_i$  es un factor de corrección del ajuste. El peso de cada cuenta se expresa como:

$$w_i = \frac{1}{C_i}. \quad (1.109)$$

Los errores asociados a los picos resueltos por deconvolución se asocian a la capacidad del programa en resolver el número de picos sin dejar por fuera picos muy pequeños y cercanos entre sí (Gilmore, 2008).

- **Desmontado de picos:** el desmontado de picos consiste en substraer el área

asociada a uno de los nucleidos analizado, siempre que exista más de un pico de emisión gamma detectable. La idea es la siguiente, se tienen dos nucleidos uno  $A$  y uno  $B$ . El núcleo  $B$  tiene dos emisiones gamma detectables  $B_1$  y  $B_2$  el pico  $B_1$  está traslapado con el pico del núcleo  $A$ . Por otro lado, el pico  $B_2$  se encuentra solo. (Ver figura 1.22). De un espectro de referencia, el cual solo muestra el núcleo  $B$ , se obtiene un factor de relación entre las áreas de los picos, expresado como:

$$f = \frac{A'_{B_2}}{A'_{B_1}}. \quad (1.110)$$

Donde  $A'_{B_2}$  y  $A'_{B_1}$  son las áreas determinadas en el espectro de referencia asociadas a los picos  $B_1$  y  $B_2$ , respectivamente. En este caso se estima el área del pico  $B_1$  en la muestra utilizando el factor  $f$ . Por tanto, el área del pico  $A$  se obtiene a partir de,

$$A_A = A_{\text{Total}} - fA_{B_2}. \quad (1.111)$$

Donde  $A_A$ ,  $A_{\text{Total}}$  y  $A_{B_2}$  son las áreas de los picos en el espectro de la muestra (Gilmore, 2008)

Siempre existe la opción de no utilizar ninguno de los dos métodos y simplemente descartar las medidas de los picos compuestos. Esto reduce los errores de medición, al precio de no considerar esa información, la cual es posible que acarree errores en su determinación (Gilmore, 2008).

El análisis de los espectros de emisión gamma consiste en el conjunto de todas las definiciones descritas a lo largo de la sección. Los pasos por seguir son los siguientes (Gilmore, 2008):

1. Se determina la posición y el ancho de los picos de emisión gamma del espectro. Esas posiciones y anchos se revisan con las calibraciones por energía y ancho de pico, respectivamente.
2. Se calcula el área de los picos encontrados. Primero se revisa si los picos son simples o compuestos. En caso de ser simples se calcula el área del pico. Los picos compuestos pueden analizarse con los métodos mencionados o pueden excluirse, esto según el criterio del analista.
3. Se revisa que el área de los picos supere la actividad mínima detectable del sistema. En caso de no cumplir ese valor se descarta del análisis.

4. El área de los picos confiables se transforma en la actividad o concentración de actividad utilizando la curva de calibración por eficiencia. Además, se agregan las correcciones del tiempo activo del sistema de detección, las desintegraciones de la muestra antes y durante la calibración. También, agregan los parámetros de atenuación externa a la muestra, la absorción de la muestra y el *pile-up* del proceso.
5. Con la actividad calculada y la posición de los picos según su energía de emisión, se identifican los radionucleidos de las referencias conocidas, y se realiza el reporte.

El diagrama de flujo del análisis de espectros de emisión gamma se resume en la figura 1.23.

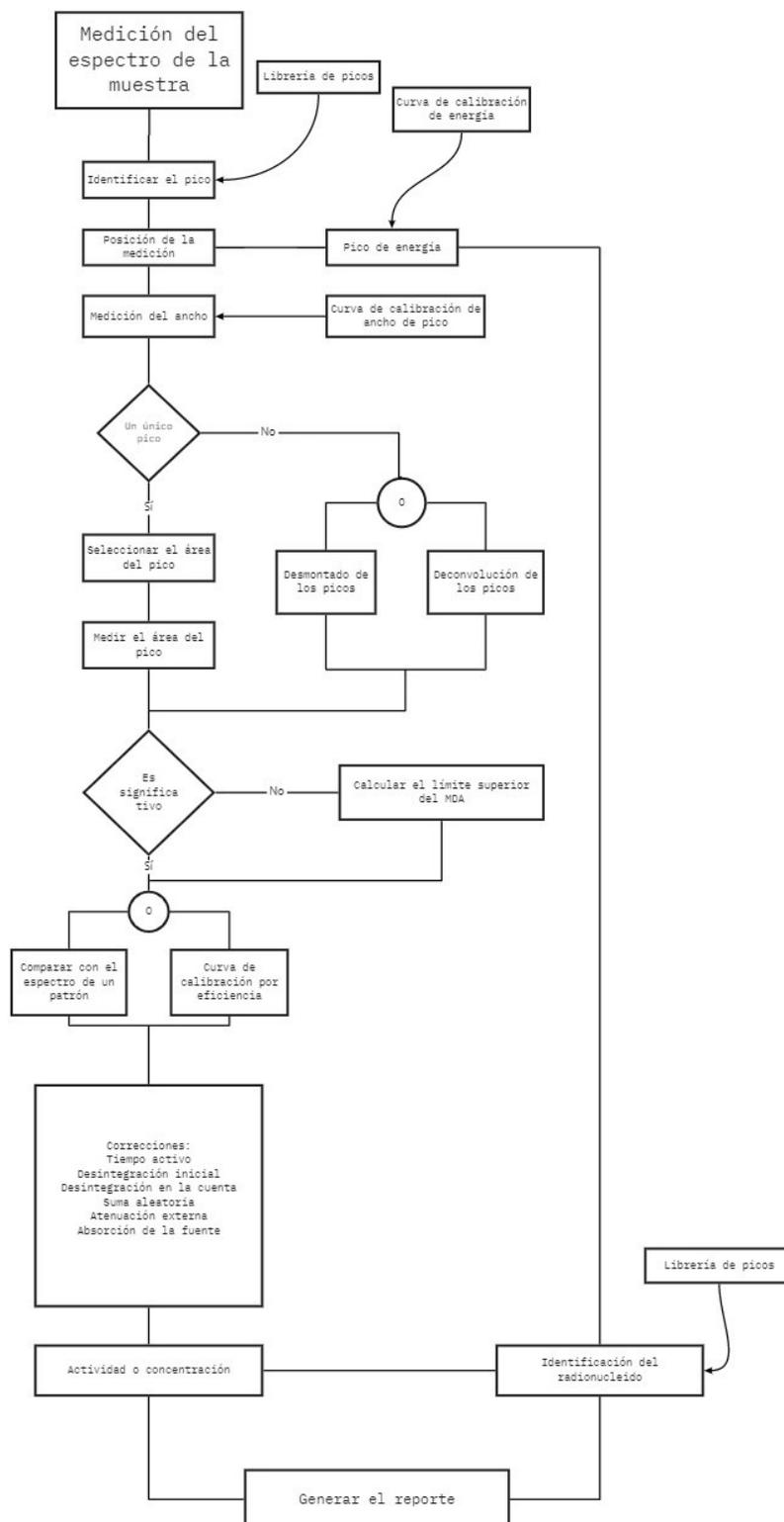


Figura 1.23: Diagrama de flujo del análisis por espectroscopía gamma de una muestra. Fuente: Gilmore (2008, pp. 197-198).

## 2 Modelos de datación radiocronológica

### 2.1 Introducción

La datación es la determinación de la edad de existencia de una muestra a partir de diferentes técnicas que contengan la información suficiente para determinar el parámetro de tiempo (Rink, Thompson, Heaman, Jull, y Paces, 2015). Una de las técnicas de datación existente es la radiocronología, esta utiliza la actividad de diferentes radionucleidos presentes en la muestra para determinar su edad. La edad se obtiene a partir de la relación entre la actividad inicial y la actividad medida directamente de la muestra (Tykva y Berg, 2004). El origen de estos núcleos radioactivos es variado. Aún así, estos se clasifican en radionucleidos naturales y radionucleidos antropogénicos. Los radionucleidos naturales están presentes en el medioambiente por causas naturales. Por ejemplo, núcleos presentes en las cadenas de desintegración natural. Otro tipo son los radionucleidos cosmogénicos. Estos se encuentran en el medio debido a eventos externos a la dinámica terrestre. Por ejemplo, el  $^{14}\text{C}$  formado en el proceso de desintegración del nitrógeno por la espalación de los rayos cósmicos. Por otro lado, los nucleidos de origen antropogénico se forman por acción de las actividades humanas, como es el caso del  $^{137}\text{Cs}$ , el cual es un subproducto de la fisión del  $^{235}\text{U}$  (Jaworowski, 1982).

En la radiocronología, determinar la actividad inicial de los radionucleidos que están presentes en la muestra analizada es una de las mayores dificultades del método, ya que con este parámetro no se mide directamente de la muestra. Para encontrar este parámetro muchos problemas de datación buscan encontrar otras variables de un indicador paleoclimático o *proxy* con el fin de establecer un modelo radiocronológico. Estos modelos son construcciones matemáticas basadas en la correlación de la actividad de la muestra datación con otra variable asociada al tiempo. En el caso de la deposición de sedimentos es posible extraer del *proxy* la velocidad de deposición en función de la profundidad, la densidad de material seco, porosidad, entre otras variables presentes (Sánchez-Cabeza et al., 2012).

En el caso específico de las mediciones de  $^{210}\text{Pb}$ , se catalogan y caracterizan las actividades de una columna de sedimentos tomando como variable la profundidad. A partir de estos datos, se obtiene la acción básica del modelo, la relación actividad de una sección de núcleo de sedimento, con respecto a la profundidad superficial de la que se extrajo.

Los modelos radiocronológicos son una herramienta capaz de brindar la información temporal de un proceso, biológico o geológico. Las muestras analizadas deben contener información relacionada a la rapidez de deposición de materia sólida en las capas. También, es probable que contengan niveles de erosión en una superficie, además, contener información sobre material biótico atrapado en el sedimento. Estos modelos otorgan información útil para observar efectos en las variaciones climáticas, así como la evidencia de comportamientos atípicos del clima de una región (P. G. Appleby, 2008).

## 2.2 Fundamentos para datación con $^{210}\text{Pb}$

El modelo radiocronológico desarrollado en la investigación se centra en el proceso de desintegración del  $^{226}\text{Ra}$  de la serie  $4n + 2$ , este isotopo del radio tiene una semivida de 1600 a. Por otro lado, el  $^{210}\text{Pb}$  con una semivida de 22,23 a, como se muestra en la tabla D.3 es uno de los radionucleidos hija del radio, el modelo datación se establece tomando en consideración que entre los productos de la desintegración existe  $^{222}\text{Rn}$ , con una semivida de 3,82 d. Este gas es exhalado por la superficie del planeta con un flujo que varía de  $1400 \text{ Bq} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{d}^{-2}$  a  $2400 \text{ Bq} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{d}^{-2}$  (P. Appleby, 2001).

A partir de la difusión del  $^{222}\text{Rn}$  a través de la superficie terrestre, generado en el proceso de desintegración del radio, se crea un desequilibrio en el  $^{210}\text{Pb}$  depositado en las capas de sedimento. El sedimento depositado atrapa el plomo generado en la atmósfera (P. Appleby, 2001). También los radionucleidos de la cadena anteriores al  $^{210}\text{Pb}$  están en desequilibrio, esto porque las semividas de dichos nucleidos son menores en comparación a la semivida del plomo. Por otro lado, el  $^{210}\text{Pb}$  es un aerosol atmosférico y este se deposita en el suelo por precipitación, ya sea por lluvia o nieve (Croaz, Picciotto, y De Breuck, 1964), y es atrapado por las capas de sedimento (Papastefanou, 2008). En los modelos de datación por  $^{210}\text{Pb}$ , se llama plomo en exceso a la cantidad de  $^{210}\text{Pb}$  proveniente del  $^{222}\text{Rn}$  liberado a la atmósfera (P. Appleby, 2001).

No todo el  $^{222}\text{Rn}$  es liberado a la atmósfera, como la semivida es bastante corta, el  $^{222}\text{Rn}$  atrapado en el suelo se moviliza por medio del proceso de erosión o ya estaba presente en el suelo cuando el aerosol se depositó. El  $^{210}\text{Pb}$  presente en el suelo por erosión se conoce como plomo base o plomo soportado (Sánchez-Cabeza et al., 2012; P. Appleby, 2001). La particularidad del plomo base es que está en equilibrio secular con el  $^{226}\text{Ra}$ .

La base de la medición radiocronológica es la diferenciación entre el plomo soportado y el plomo en exceso. La ecuación de actividad que describe el proceso de la actividad

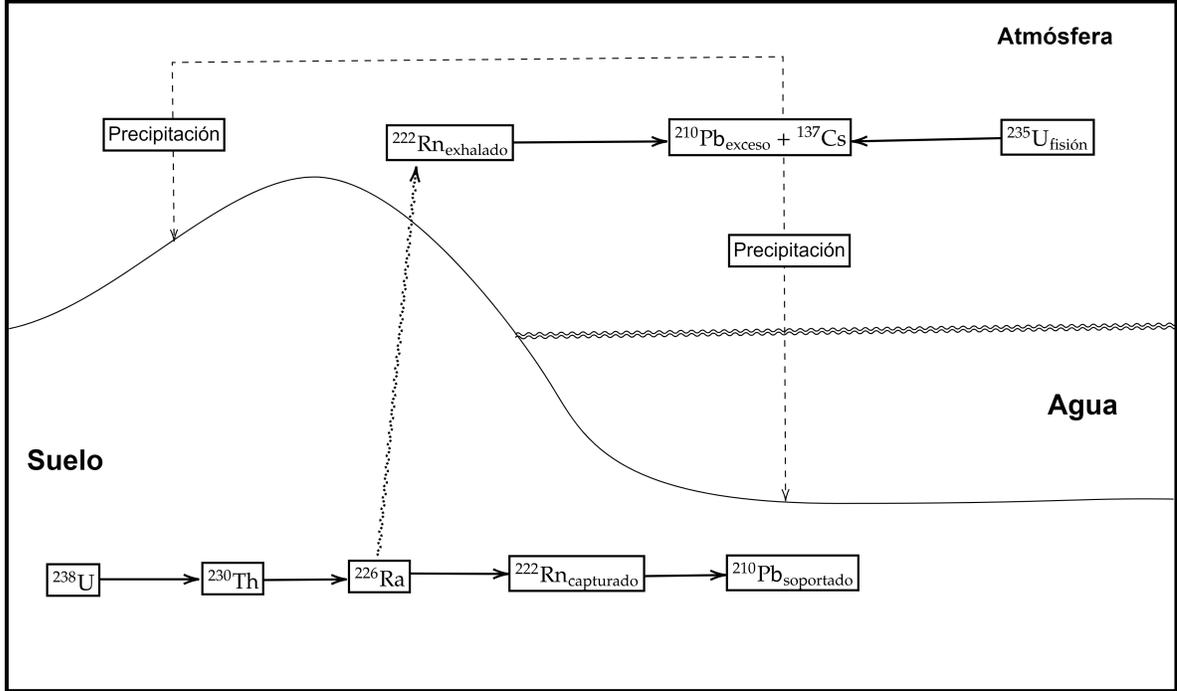


Figura 2.1: Diagrama de agregación del  $^{210}\text{Pb}$  en sedimentos, el modelo se basa en la deposición del plomo atmosférico por medio de los aerosoles ambientales en el suelo. Fuente: Elaboración propia basado en la figura encontrada en Revisión a algunos geocronómetros radiométricos aplicables al cuaternario Bernal et al. (2010, p. 313).

del plomo se define como:

$$A_{210\text{Pb}}(t) = \frac{\lambda_{226\text{Ra}} A_{226\text{Ra}}(t)}{\lambda_{210\text{Pb}} - \lambda_{226\text{Ra}}} \left( 1 - e^{-(\lambda_{210\text{Pb}} - \lambda_{226\text{Ra}})(t-t_0)} \right) + A_{210\text{Pb}}(0) e^{-\lambda_{210\text{Pb}} t}. \quad (2.1)$$

Utilizando la condición de equilibrio secular se obtiene la actividad del  $^{210}\text{Pb}$  soportado, a partir de la actividad el  $^{226}\text{Ra}$  o cualquier radionucleido en equilibrio secular. La actividad excedente de  $^{210}\text{Pb}$  superior a la actividad de  $^{226}\text{Ra}$  en la ecuación, se considera como plomo atmosférico (Sánchez-Cabeza y Ruiz-Fernández, 2012; P. Appleby, 2001).

La ecuación de la actividad del  $^{210}\text{Pb}$  es la siguiente:

$$A_{210\text{Pb}}(t) = \frac{\lambda_{226\text{Ra}} A_{226\text{Ra}}(0)}{\lambda_{210\text{Pb}}} + A_{210\text{Pb}_{\text{exceso}}}(0) e^{-\lambda_{210\text{Pb}} t}. \quad (2.2)$$

La concentración de un radionucleido es la razón entre la actividad emitida y la masa

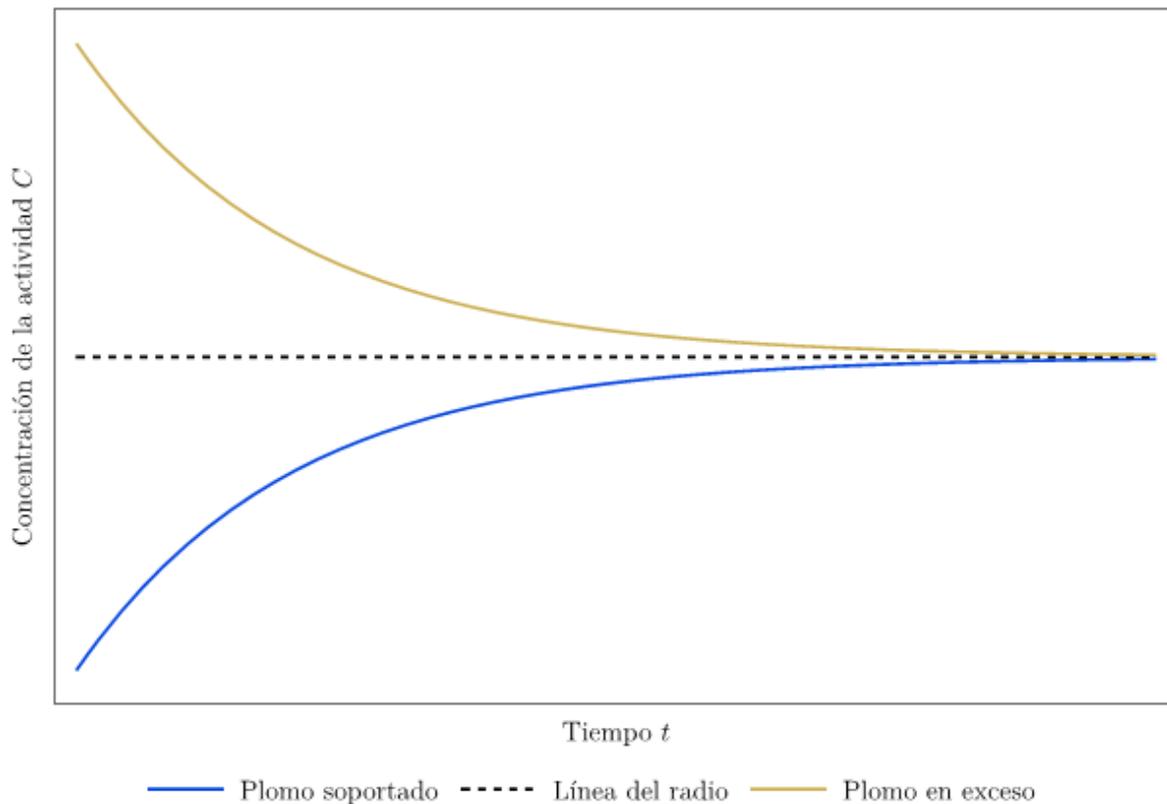


Figura 2.2: Idealización de la desintegración del  $^{210}\text{Pb}$  en una capa de sedimentos. El gráfico muestra como la sección de  $^{210}\text{Pb}$  proveniente de la base soportada tiende a estar en equilibrio con la “línea de actividad del  $^{226}\text{Ra}$ ”, mientras que el plomo en exceso al paso del tiempo tiende a la “línea de actividad del  $^{226}\text{Ra}$ ”. El límite en la escala temporal generada por el  $^{210}\text{Pb}$  se debe a este equilibrio.

de la muestra. Se obtiene la siguiente ecuación:

$$C_{\text{rad}}(t) = \left. \frac{dA_{\text{rad}}}{dm} \right|_t. \quad (2.3)$$

De la ecuación 2.3, se establece una escala temporal para los modelos de plomo a partir de la ecuación:

$$C_{^{210}\text{Pb}_{\text{exceso}}}(t) = C_{^{210}\text{Pb}_{\text{exceso}}}(0)e^{-\lambda_{^{210}\text{Pb}}t}. \quad (2.4)$$

El plomo en exceso es la actividad del plomo removiendo la actividad del plomo soportado (Sánchez-Cabeza et al., 2012). Esta se describe matemáticamente como:

$$C_{^{210}\text{Pb}_{\text{exceso}}}(t) = C_{^{210}\text{Pb}_{\text{medido}}}(t) - C_{^{226}\text{Ra}_{\text{medido}}}(t). \quad (2.5)$$

Dependiendo de los análisis y los radionucleidos encontrados, es posible determinar

el  $^{210}\text{Pb}$  soportado utilizando  $^{214}\text{Bi}$  u otro radionucleido en equilibrio secular con el  $^{226}\text{Ra}$ .

Los modelos radiocronológicos del  $^{210}\text{Pb}$  varían según las condiciones de adición del sedimento al suelo. Esto se debe a la variación de la concentración inicial del  $^{210}\text{Pb}$  entre las capas<sup>1</sup>. Los diferentes tipos de modelos radiocronológicos basados en las diferentes condiciones iniciales contemplan estas situaciones. Además, la actividad del cesio es un indicador de apoyo en el modelo. Debido a que es una marca antropogénica y su huella se asocia a eventos conocidos por la humanidad (Sánchez-Cabeza et al., 2012; Carroll y Lerche, 2003).

Los modelos radiocronológicos tienen las siguientes condiciones para establecer sus bases. Primero, el  $^{210}\text{Pb}_{\text{exceso}}$  tiene un flujo permanente a las capas de sedimento. Segundo, el  $^{210}\text{Pb}$  atrapado en el sedimento no puede salir o escapar del sedimento, puede moverse entre las capas superficiales (zona de mezcla). En general, los radionucleidos de la cadena de desintegración del radio tienen menor tiempo vida media que el  $^{210}\text{Pb}$ , por lo que los otros radionucleidos no se consideran como ingresos de atmosféricos (Carroll y Lerche, 2003). La tabla 2.1 contiene los términos básicos de los modelos radiocronológicos.

La idea fundamental de una escala radiocronología es establecer la relación entre profundidad del centroide de la capa y su tiempo de formación. Esta relación se obtiene a partir de la acumulación de masa (MAR)<sup>3</sup> o de la acumulación de sedimento (SAR)<sup>4</sup>. Las ecuaciones MAR y SAR se relacionan con la siguiente expresión:

$$r(z) = s(z)\rho(z). \quad (2.6)$$

De ese modo, se define el incremento infinitesimal de las capas de sedimento. Se considera que el uniforme.

$$\frac{dz}{dt} = s(z) \quad \text{SAR}; \quad \frac{dm}{dt} = r(z) \quad \text{MAR}. \quad (2.7)$$

A partir de las ecuaciones 2.6 y 2.7, se obtiene que el incremento de la profundidad:

$$\frac{dz}{dt} = \frac{r(z)}{\rho(z)}. \quad (2.8)$$

---

<sup>1</sup>Estas variaciones se asocian al nivel de precipitación, a la profundidad sumergida, a la porosidad, entre otras características del suelo.

<sup>3</sup>*Mass Accumulation Rate.*

<sup>4</sup>*Sediment Accumulation Rate.*

Tabla 2.1: Términos comunes en modelos de datación.

| Términos temporales                    |   | Unidades  |
|--|---|---|
| $t(z)$                                 | Tiempo de formación de la capa                      | a   |
| $t(0)$                                 | Tiempo inicial de la capa                           | a   |
| $T(0)$                                 | Fecha de adquisición de la muestra                  | a   |
| $T(z) = T(0) - t(z)$                   | Fecha de formación de la capa                       | a   |
| Términos de profundidad                |   | Unidades  |
| $z$                                    | Profundidad de la capa parte superior               | cm  |
| $\Delta z$                             | Grosor de la capa                                   | cm  |
| $\bar{z} = z + \Delta z$               | Profundidad media de la capa                        | cm  |
| Términos de masa                       |   | Unidades  |
| $\Delta m(z)$                          | Masa seca de la capa                                | kg  |
| $\rho(z)$                              | Densidad de masa seca                               | $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$                     |
| $m(z) = \frac{\Delta m(z)}{A^2}$       | Masa acumulativa                                    | $\text{kg} \cdot \text{m}^{-2}$                     |
| Términos de sedimentación y deposición |   | Unidades  |
| $f(z)$                                 | Flujo de $^{210}\text{Pb}$ en la capa en formación  | $\text{Bq} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{a}^{-1}$ |
| $s(z)$                                 | Tasa de acumulación de sedimento por capa           | $\text{m} \cdot \text{a}^{-1}$                      |
| $r(z)$                                 | Tasa de acumulación de masa por capa                | $\text{kg} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{a}^{-1}$ |
| Términos de sedimentación y deposición |   | Unidades  |
| $C_{210\text{Pb}}(z)$                  | Concentración de $^{210}\text{Pb}$ de la capa       | $\text{Bq} \cdot \text{kg}^{-1}$                    |
| $C_{210\text{Pb}}^0(z)$                | Concentración de $^{210}\text{Pb}$ inicial por capa | $\text{Bq} \cdot \text{kg}^{-1}$                    |

Las variables mencionadas son utilizadas de manera recurrente en los diferentes modelos radiocronológicos. Fuente: Sánchez-Cabeza y Ruiz-Fernández (2012, pp. 185-186).

A partir de la ecuación 2.8, se establece la relación entre  $z$  y  $t$  para la ecuación 2.2, esto da como resultado:

$$C_{210\text{Pb}_{\text{exceso}}}(t) = C_{210\text{Pb}_{\text{exceso}}}^0(z)e^{-\sigma(z)}. \quad (2.9)$$

Donde  $\sigma(z)$  es representa la escala temporal o escala radiocronológica del núcleo de sedimento extraído, esta función se establece a partir de la relación entre  $z$  y  $t$  dada en la ecuación 2.8.  $C_{210\text{Pb}_{\text{exceso}}}^0(z)$  es la concentración inicial de la capa en el momento de formación, la concentración inicial está relacionada con el flujo de  $^{210}\text{Pb}$  atmosférico al suelo debido a la precipitación (Robbins y Edgington, 1975).

### 2.3 Revisión de modelos de fechado

La idea de los modelos radiocronológicos es encontrar la escala temporal de un núcleo de suelo utilizando las condiciones iniciales de formación de las capas de sedimento. El problema típico de la datación es determinar el tiempo transcurrido entre el proceso

de formación y cuando se realiza la medición de la actividad en el suelo (Sánchez-Cabeza et al., 2012). Además de las condiciones iniciales, cabe recalcar las variedades de modelos radiocronológicos fundamentados en el análisis de datos. Por ejemplo, modelos centrados en los procesos de acumulación de masa. Los modelos de señales que utilizan estimaciones simuladas a partir de series de Fourier para distribuir los aportes del proceso de acumulación y la fuente del  $^{210}\text{Pb}$ . Los modelos radiocronológicos también toman entre sus condiciones iniciales los procesos de mezcla de sedimentos (Arias-Ortiz et al., 2018).

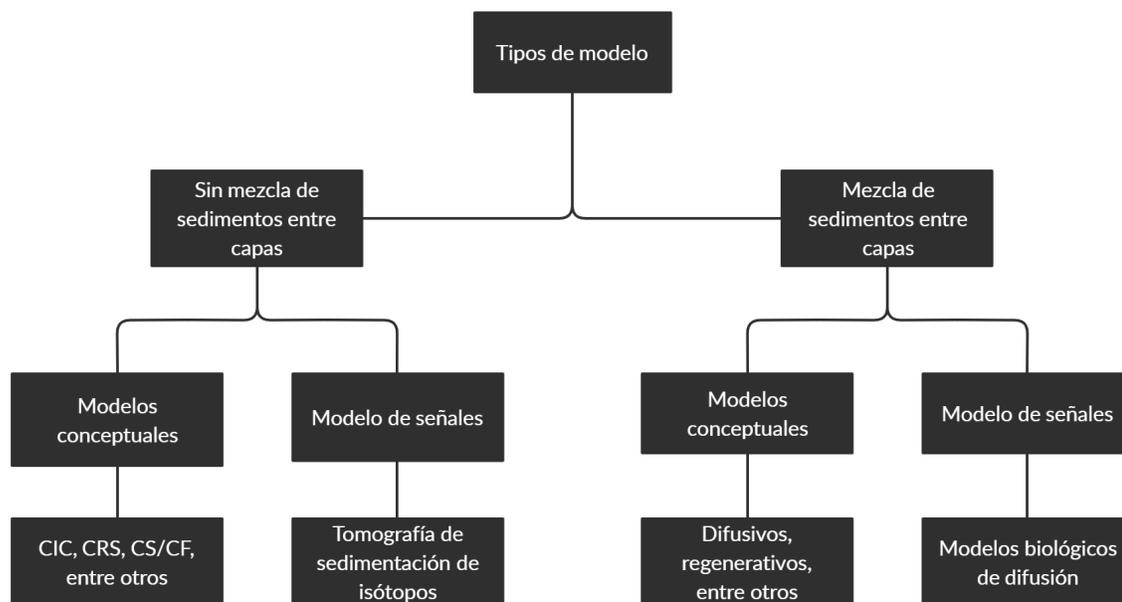


Figura 2.3: Diagrama de clasificación de los modelos radiocronológicos implementados, modelos conceptuales se enfocan en el establecimiento de escalas de edad a partir de tasas de deposición de sedimentos, y procesos de desintegración, mientras que los modelos de señales son más enfáticos en establecer las tasas de deposición de sedimentos, origen y movimiento a partir de ecuaciones más complejas estudiadas bajo espectros de Fourier. Fuente: Carroll y Lerche (2003, p. 10).

En este capítulo, se describen únicamente los modelos radiocronológicos del tipo conceptual, dejando por fuera la región de mezcla de los sedimentos. Los modelos de señales basan su escala de tiempo usando la siguiente ecuación:

$$t = \frac{\rho}{r} z - \left( \sum_{n=1}^N \frac{a_n}{n\pi} \operatorname{sen} \left( \frac{n\pi z}{z_{max}} \right) + \sum_{n=1}^N \frac{b_n}{n\pi} \left( 1 - \cos \left( \frac{n\pi z}{z_{max}} \right) \right) \right). \quad (2.10)$$

Donde  $z_{max}$  es la máxima profundidad medida, y  $a_n$  y  $b_n$  corresponden a la descompo-

sición espectral de la escala temporal del sedimento.

Los modelos radiocronológicos existentes no son descartados unos por otros. En realidad, estos modelos funcionan perfectamente para muestras de sedimentos ajustadas de la mejor forma a las posibles condiciones de formación del núcleo. La verdadera prueba de funcionalidad de un modelo se centra en la capacidad de reproducir los picos de  $^{137}\text{Cs}$ . La mejor aproximación a las pruebas atómicas en la atmósfera o a los diferentes incidentes nucleares es el modelo de datación óptimo para el núcleo de sedimentos estudiado y posiblemente para la región de interés (Olid, Diego, García-Orellana, Martínez-Cortizas, y Klaminder, 2016).

### 2.3.1 Modelo de Concentración inicial Constante (CIC)

El modelo de concentración Inicial constante CIC<sup>5</sup> propone que la razón del flujo de  $^{210}\text{Pb}$   $f(z)$  por capa y la tasa de masa depositada  $r(z)$  es constante. A partir de esta condición, se establece la concentración de  $^{210}\text{Pb}$  por capa de sedimento ( $C_{210\text{Pb}_{\text{exceso}}}^0(z)$ ) en el momento de captura del sedimento es constante. Matemáticamente se representa como:

$$C_{210\text{Pb}_{\text{exceso}}}^0(z) = \frac{f(z)}{r(z)} = k. \quad (2.11)$$

Aplicando la suposición 2.11 sobre la ecuación 2.8 se obtiene que,

$$C_{210\text{Pb}_{\text{exceso}}}(z) = \frac{f_{210\text{Pb}}(z)}{r(z)} e^{-\sigma(z)}. \quad (2.12)$$

Una vez resuelta la ecuación 2.12 se obtiene la función  $\sigma(z)$ . Los términos pueden ser separados por medio de extrapolación de la curva de ajuste (Krishnaswamy, Lal, Martin, y Meybeck, 1971; Robbins y Edgington, 1975).

Si la tasa de acumulación de sedimento es constante, se obtiene de manera directa la siguiente relación:

$$\sigma(z) = \frac{\lambda_{210\text{Pb}}}{s(z)} z. \quad (2.13)$$

De los parámetros anteriormente definidos, se establecen las condiciones necesarias del modelo, las cuales son las siguientes:

- La acumulación y el flujo de plomo deben de ser proporcionales.
- Si se cumple la ecuación 2.12, las capas más antiguas se quedan en el fondo y

---

<sup>5</sup> *Constant Initial Concentration.*

las más jóvenes deben encontrarse cerca de la superficie. Por tanto, no deben considerarse mezclas entre capas.

Por las condiciones definidas antes, es un modelo que funciona adecuadamente en el estudio de sedimentación en aguas profundas (Arias-Ortíz et al., 2018; Sánchez-Cabeza et al., 2012).

### 2.3.2 Modelo de flujo de suministro constante (CRS)

En el caso del modelo de flujo de suministro constante o CRS<sup>6</sup> establece el flujo de plomo de la atmósfera al sedimento como constante. A partir de la ecuación 2.4 y la ecuación 2.11, se obtiene la siguiente relación:

$$C_{210\text{Pb}_{\text{exceso}}}(t) = \frac{f}{r(z)} e^{-\lambda_{210\text{Pb}} t}. \quad (2.14)$$

De esta información, se establece la condición de datación utilizando el inventario de  $^{210}\text{Pb}$  o  $I_{210\text{Pb}}(z)$ . Se define el inventario como la cantidad de plomo acumulada en la columna de sedimento para cierta profundidad. Las unidades del inventario son  $\text{Bq} \cdot \text{m}^{-2}$  (Sánchez-Cabeza y Ruiz-Fernández, 2012; P. G. Appleby y Oldfield, 1978). El inventario se representa como:

$$I_{210\text{Pb}_{\text{exceso}}}(z) = \int_z^\infty \rho(z) C_{210\text{Pb}_{\text{exceso}}}(z) dz. \quad (2.15)$$

El valor infinito en estas ecuaciones se relaciona con los mínimos detectables por el equipo. Estableciendo condiciones iniciales se obtiene una ecuación de actividad del inventario y combinando el resultado con la ecuación 2.8:

$$\begin{aligned} I_{210\text{Pb}_{\text{exceso}}}(z) &= \int_z^\infty \rho(z) C_{210\text{Pb}_{\text{exceso}}}^0(z) e^{-\sigma(z)} dz \\ &= \int_z^\infty \rho(z) \frac{f}{r(z)} e^{-\sigma(z)} dz. \end{aligned} \quad (2.16)$$

Considerando la relación entre SAR y MAR. Se cumple lo siguiente:

$$\frac{dt}{dz} = \frac{\rho(z)}{r(z)} = \frac{1}{\lambda_{210\text{Pb}}} \frac{d\sigma}{dz}. \quad (2.17)$$

---

<sup>6</sup> *Constante rate supply.*

De ahí, el modelo CRS tiene la siguiente representación matemática:

$$I_{210\text{Pb}_{\text{exceso}}}(z) = \frac{f}{\lambda_{210\text{Pb}}} \int_{\infty}^z \frac{d}{dz} (e^{-\sigma(z)}) dz = \frac{f}{\lambda_{210\text{Pb}}} e^{-\sigma(z)}. \quad (2.18)$$

Obteniendo la ecuación de tiempo y acumulación de sedimento.

El inventario total de la columna de sedimento,  $I_{210\text{Pb}_{\text{exceso}}}(0)$  es la actividad total del núcleo, a este término se le conoce como **inventario completo** (Sánchez-Cabeza et al., 2012; P. Appleby, 2001). Con los datos obtenidos del modelo se calcula el flujo de  $^{210}\text{Pb}$ , la concentración inicial de la capa y la tasa de acumulación de masa.

$$r(z) = \frac{f e^{\sigma(z)}}{C_{210\text{Pb}_{\text{exceso}}}(z)}. \quad (2.19)$$

Tanto el modelo CRS como el modelo CIC no consideran la mezcla de sedimento entre capas. El modelo CRS ha sido utilizado en estudios de sedimentos en lagos mayoritariamente (Sánchez-Cabeza et al., 2012).

El modelo CRS tiene las siguientes consideraciones de aplicación (P. G. Appleby y Oldfieldz, 1983):

- Cambios en la tasa de acumulación afectan directamente la cantidad  $^{210}\text{Pb}$  presente, es decir, si la deposición aumenta, la concentración de  $^{210}\text{Pb}$  disminuye.
- La tasa de acumulación de  $^{210}\text{Pb}$  entre lagos cercanos o un lago muy grande, tienden a ser muy semejantes entre sí.
- La cantidad de plomo atrapado se ve reflejado directamente con el flujo de plomo de la región.

Si en un núcleo de sedimento la actividad de plomo se interrumpe en algunas capas se hace un tratamiento de inventario incompleto. El inventario incompleto es una interpolación del tiempo en las regiones que no es posible datar. Se representa matemáticamente como:

$$f = \frac{\lambda_{210\text{Pb}} \Delta I_{210\text{Pb}_{\text{exceso}}}(z)}{e^{\lambda_{210\text{Pb}} t_1} - e^{\lambda_{210\text{Pb}} t_2}}. \quad (2.20)$$

Donde  $t_1$  y  $t_2$  son los tiempos relacionados con las posiciones de profundidad  $z_1$  y  $z_2$  a entre las que se ubica el inventario desconectado (P. Appleby, 1998).

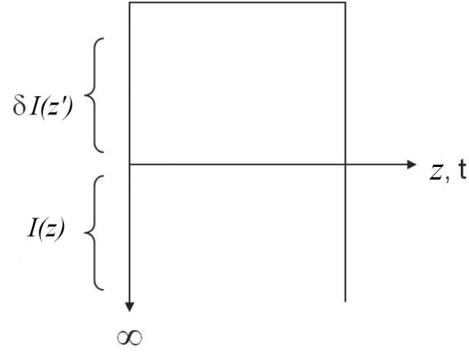


Figura 2.4: Diagrama de inventario incompleto. Debido a las condiciones de ingreso del plomo en el sedimento, se utilizan técnicas de extrapolación de datos para encontrar la conexión a partir de la región continua del núcleo  $I(z)$  y la región discontinua  $\delta I(z)$ . Fuente: Sánchez-Cabeza et al. (2012, p. 58).

### 2.3.3 Modelo de flujo periódico (PF)

El modelo de flujo periódico considera el flujo de  $^{210}\text{Pb}$  varía en el tiempo, pero esta variación de flujo tiene un comportamiento periódico, es decir, que el flujo indica repetirse cada cierto tiempo. Se establece, entonces,  $q$  es una constante de agregación (flujo periódico). Esta tiene unidades de  $\text{Bq} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{a}^{-1}$ , y  $\Delta t$  es el periodo temporal en que se repite el ciclo de agregación. Como el inventario es la suma de la actividad en cada periodo (Sánchez-Cabeza, Ani-Ragolta, y Masqué, 2000). A partir de las condiciones anteriores, se propone que, en la columna, el inventario se expresa matemáticamente como:

$$\begin{aligned} I_{210\text{Pb}_{\text{exceso}}}^c(n\Delta t) &= q\Delta t + q\Delta t e^{-(\lambda_{210\text{Pb}}\Delta t)} + \dots + q\Delta t e^{-(\lambda_{210\text{Pb}}(n-1)\Delta t)} \\ &= q\Delta t \sum_{i=0}^{(n-1)} e^{-i(\lambda_{210\text{Pb}}\Delta t)}. \end{aligned} \quad (2.21)$$

Resolviendo la serie geométrica truncada se obtiene que:

$$I_{210\text{Pb}_{\text{exceso}}}^c(n\Delta t) = q\Delta t \left( \frac{1 - e^{-n(\lambda_{210\text{Pb}}\Delta t)}}{1 - e^{-(\lambda_{210\text{Pb}}\Delta t)}} \right). \quad (2.22)$$

En este caso, el inventario completo se obtiene cuando  $n \rightarrow \infty$ . Esto significa que la ecuación 2.22 se reduce a:

$$I_{210\text{Pb}}(0) = q\Delta t \left( \frac{1}{1 - e^{-(\lambda_{210\text{Pb}}\Delta t)}} \right). \quad (2.23)$$

De ahí, en ese caso, la cronología del sedimento estaría definida a partir de:

$$I_{210\text{Pb}_{\text{exceso}}}^c(t = n\Delta t) = q\Delta t \left( \frac{1}{1 - e^{-(\lambda_{210\text{Pb}}\Delta t)}} \right) e^{-(n\lambda_{210\text{Pb}}\Delta t)}. \quad (2.24)$$

Donde, en este caso, los cortes de tiempo quedan unidos a los periodos de acumulación. Los valores de acumulación son cortes fijos en los puntos de  $z$ , por ende, se describe en función del ciclo (Sánchez-Cabeza et al., 2000).

El modelo de flujo periódico cuando  $\Delta t \rightarrow 0$ , la ecuación 2.23 se comporta como:

$$I_{210\text{Pb}_{\text{exceso}}}(0) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} q\Delta t \left( \frac{1}{1 - e^{-(\lambda_{210\text{Pb}}\Delta t)}} \right) = \frac{q}{\lambda_{210\text{Pb}}}. \quad (2.25)$$

Este resultado es el valor obtenido para el cálculo de CRS, por tanto, podría tomarse como un caso agregado al modelo, solamente que adicionando la variación cíclica del flujo de plomo (Sánchez-Cabeza et al., 2000).

### 2.3.4 Modelo de sedimentación y flujo constantes (CS/CF)

El modelo CS/CF es una combinación de los modelos de flujo constante (*Constant flux*) y de acumulación de sedimento (SAR) constante (*Constant sedimentation*). Es decir, la capa de sedimento que se forma en el suelo es fija y este valor se relaciona con el incremento de la masa de sedimento acumulado (CS) (Sánchez-Cabeza y Ruiz-Fernández, 2012; Krishnaswamy et al., 1971; Robbins y Herche, 1993).

El modelo de acumulación de sedimentos constante propone la siguiente condición:

$$t = \frac{m}{r}. \quad (2.26)$$

La condición anterior se obtiene de la ecuación 2.5, en este caso, el modelo de CS se interpretaría como:

$$C_{210\text{Pb}_{\text{exceso}}}(m) = \frac{f(m)}{r} e^{-\lambda_{210\text{Pb}}t}. \quad (2.27)$$

Esto implica que la cantidad de materia entrante y la actividad del  $^{210}\text{Pb}$  capturado son proporcionales ( $f(m) \propto C_{210\text{Pb}_{\text{exceso}}}^0(m)^{-1}$ ). El problema es que este modelo requiere los registros de sedimentación del lugar por un periodo de tiempo prolongado (Sánchez-Cabeza y Ruiz-Fernández, 2012).

El modelo CS/CF exige que la actividad inicial de la muestra debe ser constante entre capas, semejante al comportamiento de un modelo CIC, pero considerando

que el ritmo de acumulación de masa es fijo (Sánchez-Cabeza y Ruiz-Fernández, 2012; Krishnaswamy et al., 1971). El modelo CF-CS se expresa matemáticamente como:

$$C_{210\text{Pb}_{\text{exceso}}}(m) = C_{210\text{Pb}_{\text{exceso}}}^0 e^{-\lambda_{210\text{Pb}} \frac{m}{r}}. \quad (2.28)$$

En este modelo, la información de la escala cronológica requiere utilizar la relación MAR y SAR para encontrar el tiempo en función de la profundidad del centro de la capa (Sánchez-Cabeza y Ruiz-Fernández, 2012). Es importante notar que, aunque la condición MAR es constante, la condición SAR  $s(z)$  no es necesariamente constante. Esto depende de la compactación y la porosidad del sedimento. Para esta situación la densidad de masa se fija como:

$$\rho(z) = \bar{\rho}_s(1 - \phi(z)). \quad (2.29)$$

Donde  $\bar{\rho}_s$  es la densidad efectiva del sedimento seco y  $\phi(z)$  es la porosidad del material (Robbins y Edgington, 1975). Utilizando el modelo de porosidad del suelo compactado (Athy, Lawrence F., 1930).

$$\phi(z) = (\phi_0 - \phi')e^{-\beta z} + \phi'. \quad (2.30)$$

Donde  $\phi_0$  es la porosidad en la superficie y  $\phi'$  es la porosidad en la compactación máxima del suelo,  $\beta$  es el factor de compactación. En este caso, la concentración en términos de la profundidad se describe como:

$$C_{210\text{Pb}_{\text{exceso}}}(z) = \frac{f}{r\bar{\rho}_0(1 - \phi_0)} \exp\left(-\frac{\lambda_{210\text{Pb}}}{r_0} \left(z(1 - \phi') + \frac{1}{\beta}(\phi(z) - \phi_0)\right)\right). \quad (2.31)$$

Este problema es un modelo que tiene la capacidad de agregar la difusión de los diferentes radionucleidos a través de la columna de sedimento. Siendo una hipótesis presente en los modelos de desplazamiento de radionucleidos entre capas (Robbins y Edgington, 1975; Arias-Ortíz et al., 2018).

### 3 Modelo generalizado para datación radiocronológica

#### 3.1 Introducción e idea general

Un modelo radiocronológico surge a partir de las condiciones iniciales del problema, tal como se desarrolló en el capítulo anterior. Existe una cantidad de modelos radiocronológicos considerable. Los cuales se ajustan a condiciones de formación específicas de los procesos de formación de los suelos sedimentarios. El objetivo principal de todo modelo es encontrar la escala cronológica a partir de las condiciones iniciales propias de la formación de la capa. Por otro lado, la elección de modelos que se ajusten al medioambiente de formación de la muestra también representa un problema. Otra incógnita es la posibilidad de encontrar un núcleo de sedimento que no sea capaz de ajustarse a alguno de los modelos propuestos.

Existen modelos con condiciones adicionales a un modelo ya existente. Por ejemplo, el modelo PF, el cual agrega la condición de periodicidad al flujo de  $^{210}\text{Pb}$  al modelo CRS. También, existen los modelos SIT, los cuales analizan los procesos de movilidad del plomo y el cesio utilizando un desarrollo de series de Fourier.

Aún con todas las similitudes entre los modelos existentes, los modelos en su mayoría se interpretan como modelos aislados entre sí, olvidando o dejando de lado que los fundamentos físicos deberían ser los mismos. La idea de un modelo nuevo radica no solamente en la necesidad de plantear condiciones nuevas, sino que también se toma en cuenta la necesidad de mantener el proceso básico de formación. Así como entender la conexión y origen de los modelos planteados.

Con esta descripción se plantea establecer un método de análisis más rápido para comparar las mediciones obtenidas entre diferentes modelos. Mediante este cometido, se van a establecer las siguientes bases. Comparación con modelos desarrollados desde 1971, con el modelo CF/CS(P. G. Appleby y Oldfield, 1978), hasta la actualidad. También generar una base sólida para proponer nuevas condiciones de formación y acumulación de plomo.

#### 3.2 Modelo propuesto para datación radiocronológica.

Se establecen las siguientes etapas del modelo: Primero cómo construir un perfil de edad-profundidad, de tal forma que permita establecer las bases de edad y condiciones

de formación. La segunda parte del modelo propuesto es cómo separar las condiciones iniciales de formación de las capas de sedimento y el proceso de desintegración del  $^{210}\text{Pb}$  en las columnas de sedimento.

Deben tomarse las siguientes consideraciones a la hora de trabajar con el modelo:

1. Las consideraciones  $t \rightarrow \infty$ ,  $z \rightarrow \infty$  y  $m \rightarrow \infty$  se refieren al tiempo, profundidad o masa acumulada suficiente para que la actividad del  $^{210}\text{Pb}$  en exceso se anule, es decir que la actividad de  $A_{210\text{Pb}}(z) \approx A_{226\text{Ra}}(z)$ . Para el caso en estudio se puede considerar  $t \approx 150$  a y sus equivalentes en masa y profundidad.

### 3.2.1 Perfil de profundidad contra tiempo

Utilizando las definiciones de la sección 2.2, se toma la ecuación 2.8. Si se integra el resultado para obtener el tiempo, el resultado es:

$$t = \int_0^z \frac{\rho(z')}{r(z')} dz' = \frac{\sigma(z)}{\lambda_{210\text{Pb}}}. \quad (3.1)$$

Se referirá como el resultado  $\sigma(z)$  como escala temporal. Un análisis dimensional sobre  $\sigma(z)$  establece que esta cantidad es adimensional. Además, se debe considerar que  $\sigma(z = 0 \text{ cm}) = 0$ . Esto significa que la parte más superficial del núcleo de sedimento debe representar claramente la condición de fechado de la actualidad del sistema<sup>1</sup>. La capa más superficial del sedimento se le llama capa de interacción (Abril Hernández, 2015, 2016).

Es importante establecer que la mayoría de los modelos existentes proponen los términos de edad a partir de la condición de MAR (Arias-Ortíz et al., 2018). La propuesta de modelo se realiza en las condiciones de SAR, por eso también puede considerarse como una manera intuitiva de fijar la edad en términos de la profundidad de manera directa.

La escala temporal se encuentra a partir de la ecuación de 2.2. Esta ecuación describe la relación entre desintegración del  $^{210}\text{Pb}$  y la escala temporal del sedimento.

$$C_{210\text{Pb}}(z) = \frac{\lambda_{226\text{Ra}} C_{226\text{Ra}}(0)}{\lambda_{210\text{Pb}}} + C_{210\text{Pbexceso}}(0) e^{-\sigma(z)}. \quad (3.2)$$

La ecuación anterior es la forma más elemental para describir el proceso de datación del  $^{210}\text{Pb}$ . Y es el origen que se va a establecer para cualquier modelo existente del

---

<sup>1</sup>El término “actual” hace referencia al momento de extracción del núcleo de sedimento que se va a estudiar, es importante tomar en cuenta la fecha de extracción para realizar correcciones en las fechas determinadas por el modelo.

plomo (P. Appleby, 2001). Al final, si se analiza la ecuación 3.2, se obtiene la ecuación 2.9.

### 3.2.2 Perfil de tiempo en función de la masa acumulativa

A partir de la condición MAR, se obtienen los perfiles de masa profundidad y edad de la muestra. De manera análoga, se obtiene una nueva ecuación de perfiles de tiempo, pero esta vez en función de la masa. La idea es lograr una conexión completa entre el modelo propuesto. Por otro lado, la nueva óptica también amplía el rango de ejecución del modelo y es un método útil para conectar perfiles de masa y perfiles de profundidad.

Utilizando la condición de acumulación de masa se obtiene,

$$t = \frac{1}{\lambda_{210\text{Pb}}} \int_0^m \frac{1}{r(m')} dm' = \frac{\nu(m)}{\lambda_{210\text{Pb}}}. \quad (3.3)$$

Este ejemplo es un análogo del perfil de profundidad. Es importante remarcar que, por definición, la escala de tiempo para masa acumulativa debería ser la misma que para profundidad,  $\nu(m) = \sigma(z)$ . Este concepto es importante para comparar resultados entre modelos. En todo caso, la ecuación 3.2 se vería de manera equivalente con el cálculo de masa acumulativa.

$$C_{210\text{Pb}}(m) = \frac{\lambda_{226\text{Ra}} C_{226\text{Ra}}(0)}{\lambda_{210\text{Pb}}} + C_{210\text{Pb}_{\text{exceso}}}(0) e^{-\nu(m)}. \quad (3.4)$$

### 3.2.3 Método de separación entre condiciones iniciales y perfiles de profundidad

La ecuación 2.8 es incapaz de encontrar la escala temporal por sí sola. La razón radica en la imposibilidad de reconocer o asegurar la condición de adición de plomo constante en cada capa de sedimento. Esa es la justificación para encontrar una manera general de separar la escala temporal del proceso de formación, aún sin establecer las condiciones iniciales utilizadas en el modelo ideal para encontrar el perfil cronológico.

Proponiendo la siguiente idea a partir de la ecuación 2.8, se tiene la siguiente condición de separación:

$$\xi_{210\text{Pb}_{\text{exceso}}}(z) = \xi_{210\text{Pb}_{\text{exceso}}} e^{-\sigma(z)}. \quad (3.5)$$

$\xi_{210\text{Pb}_{\text{exceso}}}(z)$  es un valor relacionado directamente con la actividad del  $^{210}\text{Pb}$ , pero con la condición de que este nuevo parámetro tiene una condición presente en todo el núcleo de sedimento. El origen de la condición propuesta es justificado tomando en consideración

el proceso de desintegración de una capa aislada, depende de la concentración del  $^{210}\text{Pb}$ , el proceso es una extensión general de la propuesta de CRS.

En principio la  $\xi_{210\text{Pb}_{\text{exceso}}}(z)$  es imposible de establecer de primera entrada, para ello se propone la siguiente transformación integral:

$$\xi_{210\text{Pb}_{\text{exceso}}}(z) = \int_z^\infty w_i(z') C_{210\text{Pb}_{\text{exceso}}}(z') dz' = \xi_{210\text{Pb}_{\text{exceso}}}(0) e^{-\sigma(z)}. \quad (3.6)$$

Esta propuesta conduce directamente a la separación de la escala temporal y la condición inicial de formación. Problemas nuevos que se obtienen tras esta perspectiva, en qué consiste el valor  $\xi_{210\text{Pb}_{\text{exceso}}}(0)$ . Además, cuál es la expresión matemática de  $w_i(z)$ , también llamada como función de peso o núcleo de la transformación. Primero, la función de  $\xi_{210\text{Pb}_{\text{exceso}}}(0)$  se interpreta de manera semejante al inventario de plomo establecido en el modelo CRS, por tanto:

$$\xi_{210\text{Pb}_{\text{exceso}}}(0) = \int_0^\infty w_i(z') C_{210\text{Pb}_{\text{exceso}}}(z') dz'. \quad (3.7)$$

La función de peso de la transformación se calcula derivando con respecto a la profundidad a ambos lados de la ecuación 3.7, se obtiene lo siguiente:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dz} \left( \int_z^\infty w_i(z') C_{210\text{Pb}_{\text{exceso}}}(z') dz' \right) &= \xi_{210\text{Pb}_{\text{exceso}}}(0) e^{-\sigma(z)} \frac{d\sigma(z)}{dz} \\ w_i(z) C_{210\text{Pb}_{\text{exceso}}}(z) &= -\xi_{210\text{Pb}_{\text{exceso}}}(0) e^{-\sigma(z)} \frac{d\sigma(z)}{dz}. \end{aligned} \quad (3.8)$$

A partir de la ecuación anterior, se obtiene  $w_i(z)$ , tomando  $C_{210\text{Pb}_{\text{exceso}}}(z) \rightarrow 0$  cuando  $z \rightarrow \infty$ . Además, se toma el término  $A_{210\text{Pb}_{\text{exceso}}}(t=0) = f(z)r(z)$ . A partir de estas condiciones se obtiene la siguiente ecuación de para  $w_i$

$$w_i(z) \frac{f(z)}{r(z)} e^{-\sigma(z)} + \frac{\xi_{210\text{Pb}_{\text{exceso}}}(0) \rho(z)}{\lambda_{210\text{Pb}} r(z)} e^{-\sigma(z)} = 0. \quad (3.9)$$

Como las funciones  $r(z)$  y  $e^{-\sigma(z)}$  no pueden ser nulas, se debe cumplir lo siguiente:

$$w_i(z) = -\frac{\lambda_{210\text{Pb}} \xi_{210\text{Pb}_{\text{exceso}}}(0) \rho(z)}{f(z)}. \quad (3.10)$$

La función de peso  $w_i(z)$  encontrada contiene el término de condición inicial. Como resultado, no se garantiza una transformación integral que se pueda obtener por métodos

analíticos. En ese caso, se propone una función de peso  $W_i(z)$ , definida como:

$$W_i(z) = \frac{\lambda_{210\text{Pb}}\rho(z)}{f(z)}. \quad (3.11)$$

En este caso, la transformación integral está normalizada. Por tanto, cumple la siguiente ecuación:

$$\bar{\xi}_{210\text{Pb}_{\text{exceso}}}(0) = \int_{\infty}^0 \frac{\lambda_{210\text{Pb}}\rho(z)}{f(z)} C_{210\text{Pb}_{\text{exceso}}}(z') dz' = 1. \quad (3.12)$$

Por tanto,  $\bar{\xi}_{210\text{Pb}_{\text{exceso}}}(z)$  se relaciona únicamente con la escala radiocronológica.

$$\bar{\xi}_{210\text{Pb}_{\text{exceso}}}(z) = \int_{\infty}^z \frac{\lambda_{210\text{Pb}}\rho(z')}{f(z')} C_{210\text{Pb}_{\text{exceso}}}(z') dz' = e^{-\sigma(z)}. \quad (3.13)$$

### 3.2.4 Separación de condiciones iniciales para perfiles de masa acumulativa

Utilizando el desarrollo del problema de SAR resuelto anteriormente, se desarrolla el caso de la condición MAR. Se define una transformación integral de la forma:

$$\mu_{210\text{Pb}_{\text{exceso}}}(m) = \int_m^{\infty} p_i(m') C_{210\text{Pb}_{\text{exceso}}}(m') dm' = \mu_{210\text{Pb}_{\text{exceso}}}(0) e^{-\nu(m)}. \quad (3.14)$$

Donde  $\mu_{210\text{Pb}_{\text{exceso}}}(0)$  es la condición inicial del modelo. Derivando con respecto a la masa acumulativa la ecuación 3.14, se obtiene que:

$$\frac{d}{dm} (\mu_{210\text{Pb}_{\text{exceso}}}(z)) = -\mu_{210\text{Pb}_{\text{exceso}}}(0) e^{-\nu(m)} \frac{d\nu(m)}{dm}. \quad (3.15)$$

La función de peso para MAR tiene la siguiente forma:

$$p_i(m) = -\mu_{210\text{Pb}_{\text{exceso}}}(0) \frac{\lambda_{210\text{Pb}}}{f(m)}. \quad (3.16)$$

De forma análoga al caso SAR, la función de peso normalizada tiene la forma:

$$P_i(m) = \frac{\lambda_{210\text{Pb}}}{f(m)}. \quad (3.17)$$

A partir de esa función de peso, se obtiene la función normalizada para la transformación integral del modelo MAR.  $\bar{\mu}_{210\text{Pb}_{\text{exceso}}}(m)$  se expresa como:

$$\bar{\mu}_{210\text{Pb}_{\text{exceso}}}(m) = \int_{\infty}^m \frac{\lambda_{210\text{Pb}}}{f(m')} C_{210\text{Pb}_{\text{exceso}}}(m') dm' = e^{-\nu(m)}. \quad (3.18)$$

Además, cumple la condición  $\bar{\mu}_{210\text{Pb}_{\text{exceso}}}(0) = 1$ .

Un detalle relevante de este desarrollo se observa al notar la similitud entre las condiciones MAR y SAR. Desde el punto de vista de una propuesta del modelo en ambos casos la estructura base para ambos modelos es la misma. Por tanto, la comparación de resultados entre modelos debe conducir a resultados parecidos.

### 3.3 Pruebas sobre los modelos existentes

Esta sección relaciona el modelo propuesto con algunos modelos propuestos en la sección 2.3, considerando las condiciones iniciales. Con esto se quiere comprobar que el modelo propuesto debe ser capaz de reproducir las ecuaciones de los modelos existentes.

**CIC** El modelo CIC tiene la premisa de que la actividad inicial de cada capa es la misma. A partir de esta condición, se tiene que  $f(z) = k \cdot r(z)$ , donde  $k$  es la concentración inicial constante y  $r(z)$  es la tasa de acumulación de masa por capa. Por tanto:

$$W_i(z) = \frac{1}{k} \left( \frac{\lambda_{210\text{Pb}} \rho(z)}{r(z)} \right). \quad (3.19)$$

La ecuación 3.19 junto con la ecuación 3.3 se sustituyen en la ecuación 3.13. De ahí se obtiene que:

$$\begin{aligned} \bar{\xi}_{210\text{Pb}_{\text{exceso}}}(z) &= \frac{1}{k} \int_{\infty}^z \frac{\lambda_{210\text{Pb}} \rho(z')}{r(z')} k e^{-\sigma(z')} dz' \\ &= - \int_{\infty}^z \frac{d\sigma(z')}{dz'} e^{-\sigma(z')} dz' \\ &= e^{-\sigma(z)}. \end{aligned} \quad (3.20)$$

Por la estructura de la ecuación del modo, la transformación es innecesaria porque ya es posible separar la condición inicial de la escala temporal en un principio.

En este caso  $\xi_{210\text{Pb}_{\text{exceso}}}(z) = C_{210\text{Pb}_{\text{exceso}}}(z)$

**CRS** En el caso del modelo de tasa de acumulación constante, la condición inicial del modelo es  $f(z) = k$ . A partir de esto, la función de peso  $W_i(z)$  tiene la forma:

$$W_i(z) = \frac{\lambda_{210\text{Pb}} \rho(z)}{k}. \quad (3.21)$$

La función  $\bar{\xi}_{210\text{Pb}}(z)$  se define como:

$$\begin{aligned}
\bar{\xi}_{210\text{Pb}_{\text{exceso}}}(z) &= \frac{\lambda_{210\text{Pb}}}{k} \int_{\infty}^z \rho(z') C_{210\text{Pb}_{\text{exceso}}}(z') e^{-\sigma(z')} dz' \\
&= \frac{\lambda_{210\text{Pb}}}{k} \int_{\infty}^z \rho(z') \left( \frac{k}{r(z')} \right) e^{-\sigma(z')} dz' \\
&= - \int_{\infty}^z \frac{d\sigma(z')}{dz'} e^{-\sigma(z')} dz' \\
&= e^{-\sigma(z)}.
\end{aligned} \tag{3.22}$$

A partir de esto, se define  $\xi_{210\text{Pb}_{\text{exceso}}}(0) = \frac{f}{\lambda_{210\text{Pb}}}$ . Y es la forma del inventario completo. Además, se cumple que  $\xi_{210\text{Pb}_{\text{exceso}}}(z) = I_{210\text{Pb}_{\text{exceso}}}(z)$ , y esto es el inventario a una profundidad  $z$  de la superficie.

**CF/CS** En el caso de los modelos de base MAR, se obtiene una condición parecida, de estos casos el problema CF/CS puede tratarse con las condiciones  $f(m) = k_1$  y  $r(m) = k_2$  eso concluye la función de peso  $P_i(m)$ :

$$P_i(m) = \frac{\lambda_{210\text{Pb}}}{k_1}. \tag{3.23}$$

$$\begin{aligned}
\mu_{210\text{Pb}_{\text{exceso}}}(m) &= \frac{\lambda_{210\text{Pb}}}{k_1} \int_{\infty}^m C_{210\text{Pb}_{\text{exceso}}}(m') e^{-\nu(m')} dm' \\
&= \int_{\infty}^m \lambda_{210\text{Pb}} \left( \frac{1}{r(z')} \right) e^{-\nu(m')} dm' \\
&= e^{-\nu(m)}.
\end{aligned} \tag{3.24}$$

La constante del problema *CF/CS* es descrita por las dos constantes definidas en este modelo, y a partir de la ecuación 2.11, se tiene que  $\mu_{210\text{Pb}_{\text{exceso}}}(z = 0) = \frac{f}{r} = C(0)_{210\text{Pb}_{\text{exceso}}}$  (Robbins y Edgington, 1975).

## 4 Metodología de la datación de sedimentos

### 4.1 Introducción

En este capítulo se describe la metodología utilizada en análisis radiocronológico de las muestras de sedimentos obtenida de la Reserva Biológica Manuel Alberto Brenes, ubicada en San Ramón. Las secciones discutidas en este capítulo se relacionan con los procesos de extracción de muestra, preparación de muestra y análisis por espectroscopía gamma.

En el proceso de extracción y clasificación de la muestra se describen las consideraciones importantes definidas por los diferentes autores respecto a la extracción de sedimentos para el proceso de datación. Además, se describe el procedimiento para almacenamiento de la muestra e información que debe tener en el momento de ser extraída.

El proceso de medición de la concentración de actividad de las muestras de sedimento seleccionadas describe los procesos de preparación de la muestra para realizar una medición por espectroscopía gamma. Además, se describe el equipo utilizado en el proceso de medición por espectroscopía gamma y los ajustes e información necesaria para obtener los datos requeridos para aplicar los modelos radiocronológicos.

### 4.2 Extracción de muestras

#### 4.2.1 Zonas de extracción

La metodología de la extracción de las muestras de sedimentos tiene los siguientes pasos. Primero hay que conocer y analizar la información de la zona de muestreo, para eso se encuentra la guía *Radiocronología de sedimentos costeros* escrita por el Organismo Internacional de Energía Atómica (Sánchez-Cabeza et al., 2012). La zona de muestreo de suelos sedimentario seleccionada debe cumplir las siguientes condiciones:

- Zonas de baja mezcla física artificial, ya sea por actividades humanas como dragado, pesca de arrastre o embarcaderos.
- Zonas donde se tenga información sobre la contaminación y los focos de contaminación de la zona.

- Información sobre el tipo y tamaño de gránulos que se pueden encontrar en los núcleos de sedimento que se vayan a extraer.

Aunque esta información es utilizada en el caso de datación de suelos marinos, en el caso de tierras emergidas, la zona de mezcla artificial se relaciona a lugares utilizados para el cultivo, en este caso la indicación con las muestras es remover la zona de interacción en el análisis del perfil de actividad del suelo (Walling, Collins, y Sickingabula, 2003).

Los sedimentos extraídos no deben mostrar mezcla de sedimentos entre capas. La alteración en el perfil de profundidad del sedimento ocasiona que el proceso de datación no sea confiable. Las muestras lacustres y marinos, los cuales dependiendo de la profundidad, deben ser extraídos por un nucleador. En el caso específico de las muestras de suelo no sumergido, se extrae mediante un barreno o excavando en una zona específica (Walling et al., 2003).

La diferencia entre la extracción por nucleadores o barrenos y la extracción mediante excavación radica, básicamente, en la fineza de los cortes que se pueden hacer y la cantidad de puntos que se pueden medir, siendo el método de extracción por nucleadores y barrenos más finos en esa característica. La desventaja es la cantidad de masa de sedimento obtenida por cada extracción realizada. El método de excavación brinda una mayor masa y volumen de sedimento. Esto permite una mayor cantidad de ensayos o dependiendo del tipo de detector de germanio que se disponga, usar geometrías que requieren un volumen de muestra mayor. Esta última característica puede ser relevante, si se utiliza un detector de germanio hiperpuro con una geometría coaxial tipo p con una eficiencia de calibración para las muestras de suelo 0,02 a 0,005 en el rango de energía 40 keV a 50 keV. Por otro lado, un detector con una geometría pozo tiene una eficiencia de 11 % para una energía de 46,5 keV (P. Appleby y Piliposian, 2004), debido a la geometría del detector la cantidad de muestra para realizar la medición es menor. En el caso de los detectores coaxiales de tipo p, la forma óptima para realizar esta medición es utilizando un frasco de geometría tipo Marinelli, para determinar el valor de la actividad del  $^{210}\text{Pb}$ .

#### 4.2.2 Extracción de las muestras de suelo

Las muestras obtenidas en San Ramón se realizaron a partir de una excavación. La extracción de la columna de suelo se realizó utilizando el siguiente procedimiento:

- Se seleccionó un sitio de recolección de muestras.

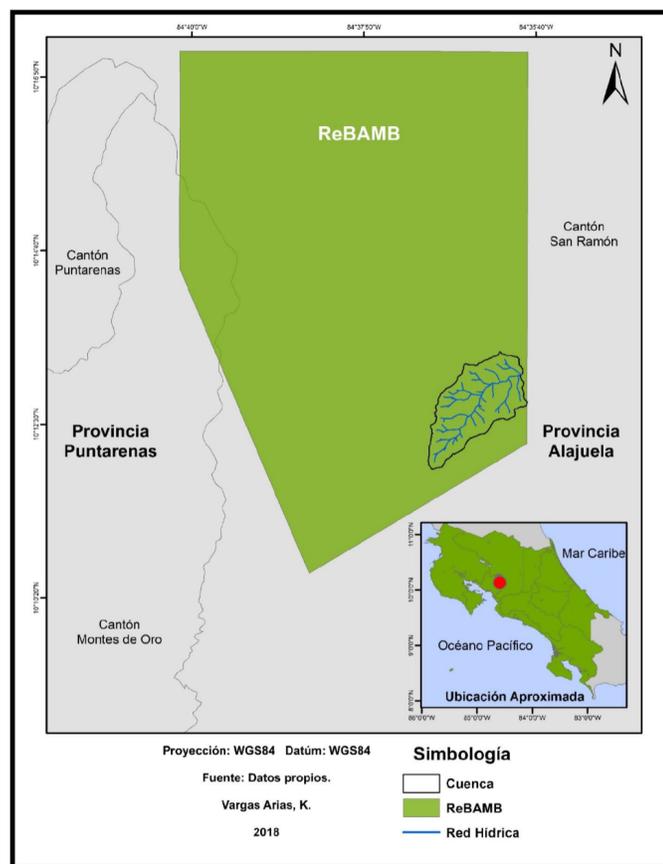


Figura 4.1: Reserva biológica Alberto Manuel Brenes. Las muestras de suelo se extrajeron en la cuenca mostrada en el mapa. Fuente: Vargas Arias (2020, p. 12)

- Se removió la capa más superficial de suelo, en la zona de muestreo, con el fin de retirar la zona de interacción entre el inventario y el medioambiente (Sánchez-Cabeza et al., 2012). Esto porque es la zona de interacción mecánica y las mediciones de esta región deben excluirse en casi todos los modelos.
- Las muestras se extrajeron realizando una excavación. De ahí se extrajeron las diferentes capas de la columna de sedimento. Estas capas tenían un espesor de 3 cm, como se muestra en la figura 4.2(a). Este proceso es utilizado en la extracción de sedimento para cuantificar erosión del suelo (Walling et al., 2003).
- Las capas colectadas fueron rotuladas con la siguiente información: la fecha de extracción, la posición geográfica del sitio de muestreo, además de la profundidad a la que se tomó la muestra.

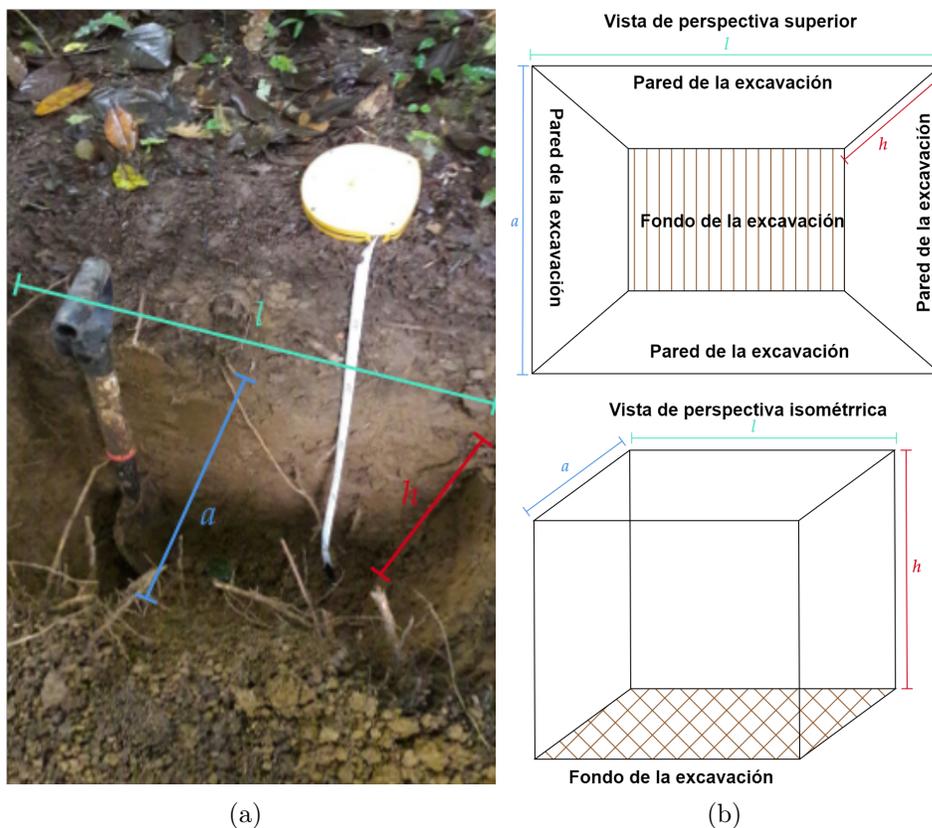


Figura 4.2: (a) Extracción de suelo para determinación radiocronológica de una columna de suelo realizada en la Reserva Alberto Manuel Brenes, en San Ramón. (b) Diagrama zona de excavación donde se extrajo la muestra desde una vista superior e isométrica. Fuente: fotografía tomada por el Dr. Birkell, Escuela de Geografía de la Universidad de Costa Rica.

### 4.2.3 Preparación de la muestra

Además del proceso de extracción las muestras de suelo fueron tratadas previamente antes del proceso de medición, el tratamiento realizado fue el siguiente:

- Las muestras de suelo fueron tamizadas a  $50\ \mu\text{m}$  para poder asegurar que la muestra de suelo era lo suficientemente uniforme (Sánchez-Cabeza et al., 2012).
- Las muestras de suelo se colocaron en un frasco de geometría Marinelli de 200 mL y 500 mL y se dejaron reposar por 20 días, para conseguir el equilibrio secular del  $^{222}\text{Rn}$  en las muestras de sedimento.

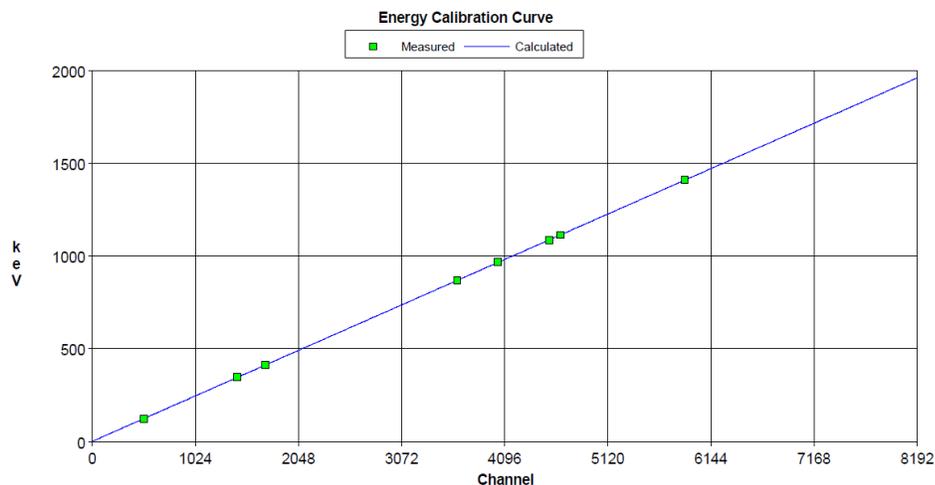


Figura 4.3: Calibración en energía del MCA realizado con una fuente de  $^{241}\text{Am}$ , tomado por el equipo del Laboratorio de Espectroscopia Gamma - CICANUM-UCR. La calibración fue utilizada para todos los espectros medidos. La curva de ajuste entre los canales del MCA y las energías de emisión gamma del  $^{241}\text{Am}$  es lineal. Fuente: Laboratorio de Espectroscopia Gamma (LEG-CICANUM-UCR)

### 4.3 Medición por espectroscopia gamma

En las muestras de suelo contienen diferentes radionucleidos de origen antropogénico, cosmogénico y natural (Jaworowski, 1982). En esta investigación, las muestras se analizaron utilizando espectroscopia gamma. Debido a que este tipo de análisis requiere una preparación simple. Además, solamente se exige homogeneidad en las muestras de suelo en el momento que se realiza la medición. Como se especificó en este capítulo, la geometría de cada muestra se escoge con base en la geometría del detector germanio hiperpuro que se utiliza (Díaz y Vargas, 2008). Esta información es necesaria para determinar la actividad de cada radionucleido presente en la muestra. Además, hay que considerar la atenuación propia de la muestra y cómo afecta la calibración por eficiencia del detector. Con ayuda del programa *DETEFF*<sup>1</sup> se realizó la calibración por eficiencia para muestras con una matriz semejante a los sedimentos.

#### 4.3.1 Descripción del equipo

El montaje del equipo para espectroscopia gamma se observa en la figura 4.5, el tipo de detector utilizado fue un detector de germanio hiperpuro (HPGe) de geometría

<sup>1</sup>El programa *DETEFF* consiste en una herramienta computacional desarrollada en el Centro de Protección e Higiene de las Radiaciones en Cuba. Este programa está desarrollado usando código basado en el método de Monte Carlo para simular la interacción de la radiación con la materia en un detector (Díaz y Vargas, 2008).

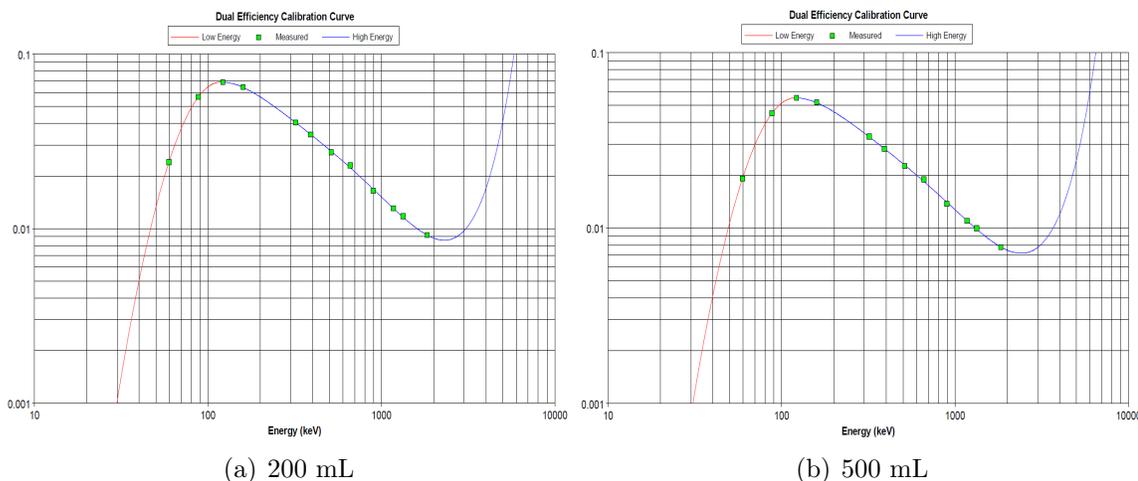


Figura 4.4: Calibración por eficiencia utilizada para las muestras de suelo con un frasco Marinelli de 200 mL, utilizado en la muestra SE1144EN (a) y 500 mL, utilizado en las muestras SE1143EN, SE1145EN, SE1146EN, SE1147EN, SE1148EN y SE1149EN (b). Fuente: Laboratorio de Espectroscopía Gamma (LEG-CICANUM-UCR)

coaxial tipo p, esto es determinante para realizar las calibraciones del equipo. Antes de realizar cualquier medición, se debe hacerse una calibración por energía, con una fuente de  $^{241}\text{Am}$ , como se describe en la sección 1.8.3.1, se ajusta la posición de los canales a partir del espectro conocido de una fuente conocida, con el fin de encontrar la relación canal-energía en keV; la calibración en energía se puede observar en la figura 4.3.

También se realizó una calibración por eficiencia de una fuente de actividad conocida, con las respectivas fechas de medición, para poder realizar la calibración por rango de energía y relacionar la medición con la actividad de la muestra. En el caso de las muestras, se tienen las siguientes curvas de calibración, mostradas en la figura 4.3.

#### 4.3.2 Obtención del espectro de emisión gamma de las muestras de sedimentos

Para obtener los espectros de emisión gamma de las muestras, se utilizó el equipo que se expone en la figura 4.5(a). Para el análisis y la extracción de la información, es necesario considerar los siguientes aspectos:

- **Tiempo de medición:** el tiempo de medición de la muestra debe considerar tanto el número de eventos ocurridos por muestra como el tiempo muerto del detector en el proceso. Las mediciones ambientales, por lo general tienen una actividad baja. La descripción de baja depende de los radionucleidos, para la serie de  $^{238}\text{U}$ , la concentración actividad mundial es de  $16 \text{ Bq} \cdot \text{kg}^{-1}$  a  $110 \text{ Bq} \cdot \text{kg}^{-1}$  (Celik y

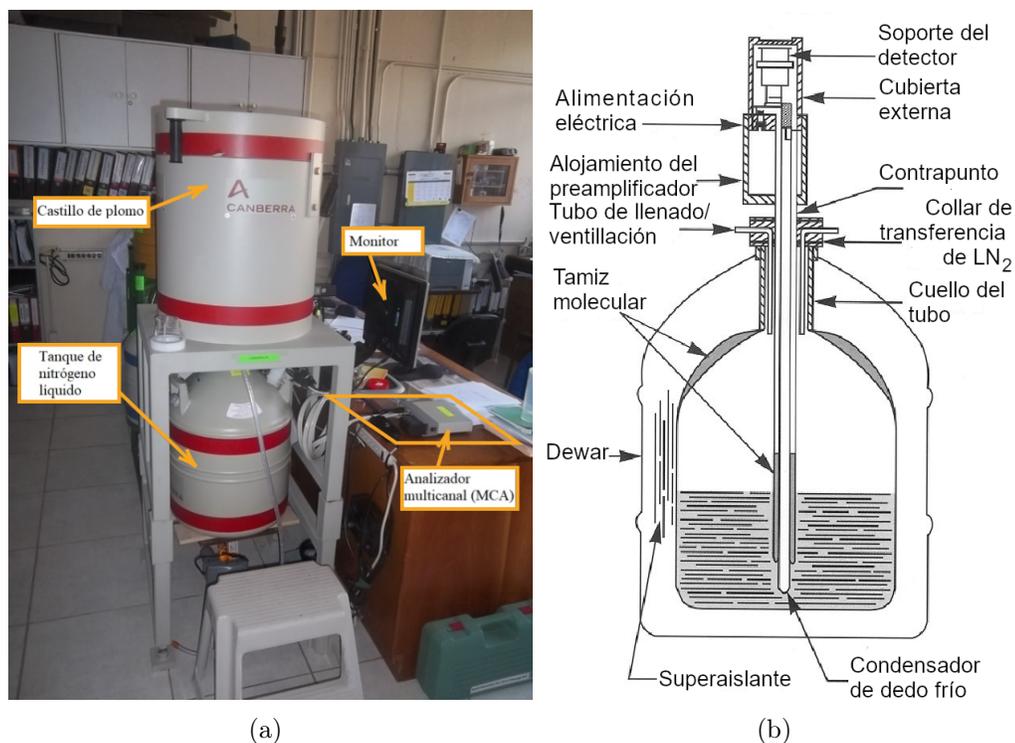


Figura 4.5: (a) Montaje del sistema de espectroscopía gamma del Laboratorio de Espectrometría Gamma del CICANUM utilizado en la investigación. Se puede observar donde se encuentra el reservorio criogénico del detector de germanio hiperpuro, en la parte inferior del montaje. La parte superior corresponde al castillo de plomo, donde se coloca la muestra en el interior. Al lado derecho se puede ver el MCA del sistema de detección. (b) El diagrama del montaje del detector en el sistema criogénico, obtenido del manual de Canberra (Canberra, 2003, p. 3).

Kosal, 2019). La medición se realiza con tiempos superiores a las 16 h, la razón de estos tiempos radica en que se desea capturar la mayor cantidad de eventos posibles de la muestra, para garantizar la confianza en la medición realizada.

- Medición del fondo:** consiste en una medición realizada sobre el castillo de plomo sin tener ninguna fuente colocada en el interior, la medición de fondo por utilizar debe tener una duración de medición igual al tiempo de las muestras. A esta medida sobre el número de cuentas propio del equipo se le conoce como blanco. La función del castillo de plomo es reducir la incidencia de gammas externos al sistema de detección. El blanco es una medida que se resta al espectro de la muestra, con el fin de determinar cuánta actividad proviene únicamente de la muestra.

- **Posición y geometría de la muestra:** la geometría de la muestra se conoce y considera mucho antes de realizar la medición, pero esta información es necesaria para la calibración por eficiencia, con este parámetro se extrae la actividad de la muestra, ya que se utiliza para realizar la conversión de número de eventos para una región a actividad de la muestra.

Los espectros obtenidos en el laboratorio se muestran en las figuras B.1, B.2, B.3, B.4, B.5, B.6 y B.7. Los espectros contienen la información del número de muestras por número de canal. El análisis de los picos presentes en la muestra se obtiene usando el programa *GENIE 2000*; el *software* tiene una librería de radionucleidos, para poder identificar la energía con alguno de los picos de emisión. Los espectros obtenidos en los suelos sedimentarios se realizaron utilizando las calibraciones de la figura 4.3 para encontrar los valores de energía asociados a los canales, y la figuras 4.4(a) y 4.4(b) para encontrar el valor de la concentración de actividad para cada espectro de medición. Se muestran dos curvas de calibración por eficiencia para las dos geometrías tipo Marinelli utilizadas (200 mL y 500 mL).

## 5 Resultados de la datación

### 5.1 Introducción

En este capítulo, se analizan los datos obtenidos por espectroscopía gamma de las muestras de suelo sedimentario obtenido de la Reserva Biológica Alberto Manuel Brenes, ubicada en San Ramón. Los datos se obtuvieron con la metodología descrita en el capítulo 4. Estos se trataron con dos condiciones. Primero, realizando un suavizado a los datos con la media móvil a dos capas adyacentes (Sección A.2). Segundo, con las concentraciones de actividad de  $^{210}\text{Pb}$  en exceso sin recibir ningún tratamiento adicional.

Los modelos de datación del tipo SAR utilizados fueron tomados bajo la siguiente condición: la razón entre densidad del sedimento seco y la tasa de sedimentación es una constante del sistema. El objetivo de ese supuesto es utilizar únicamente ajuste lineal con el método de mínimos cuadrados en los modelos CRS y CIC (tipo SAR). Luego de los ajustes se calcula la tasa de deposición de sedimento relacionada a la formación de cada capa. El análisis de los datos en los modelos CIC y CRS se realizan utilizando el modelo propuesto en el capítulo 3, donde se propone un ajuste que separa las condiciones iniciales de la información del perfil cronológico de la muestra considerando las transformaciones desarrolladas en la sección 3.3 en los modelos CIC y CRS.

### 5.2 Datos obtenidos

Los espectros se analizaron con el programa *GENIE 2000*, utilizando las calibraciones realizadas en energía y eficiencia, se identificaron los radionucleidos de la muestra a partir de los fotopicos característicos de emisión gamma. En la tabla 5.1 se observa la actividad obtenida de las muestras de suelo y su incertidumbre. Además, la profundidad de extracción de cada capa, con respecto a la zona de interacción.

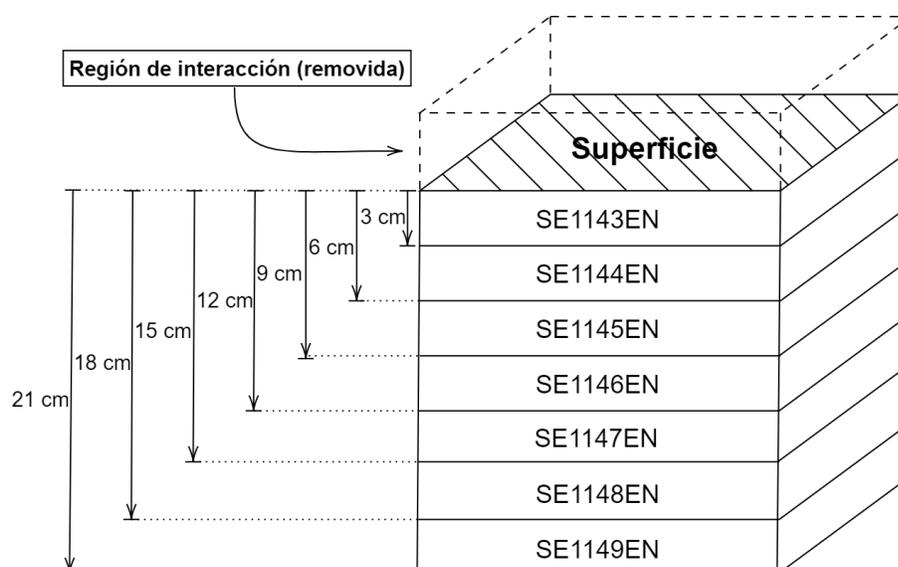


Figura 5.1: Diagrama para el perfil en profundidad de las muestras extraídas en la Reserva Alberto Manuel Brenes, San Ramón. Las capas extraídas tienen un espesor de 3 cm. Se elimina de las muestras la región de interacción. Esta es una capa entre la superficie del suelo, la primer capa útil para realizar la determinación radiocronológica. Además, se indica la posición de cada capa en el perfil de suelo sedimentario y los códigos de las muestras.

Tabla 5.1: Datos físicos y concentración de actividad determinada por medio de espectroscopía gamma de las muestras de suelo sedimentario extraídas en la Reserva Alberto Manuel Brenes, San Ramón.

| Código de muestra | Información física de las muestras |  |            |              | Concentración de actividad ( $\text{Bq} \cdot \text{kg}^{-1}$ ) |                            |                   |                            |                   |                            |
|-------------------|------------------------------------|--|------------|--------------|---|----------------------------|-------------------|----------------------------|-------------------|----------------------------|
|                   | $\Delta m$ (kg)                    | $\rho_{\text{relativa}}$ ( $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ) | $z_i$ (cm) | $z_i^c$ (cm) | $^{137}\text{Cs}$   | $\Delta_{^{137}\text{Cs}}$ | $^{210}\text{Pb}$ | $\Delta_{^{210}\text{Pb}}$ | $^{214}\text{Bi}$ | $\Delta_{^{214}\text{Bi}}$ |
| SE1143EN          | 0,4345                             | 908,3  | 3          | 1,5          | 15,3  | 0,4                        | 198,7             | 21,3                       | 7,2               | 0,3                        |
| SE1144EN          | 0,1871                             | 935,5  | 6          | 4,5          | 18,6  | 0,5                        | 198,1             | 24,6                       | 10,3              | 0,4                        |
| SE1145EN          | 0,5327                             | 1065,4   | 9          | 7,5          | 18,4  | 0,5                        | 139,8             | 20                         | 9,6               | 0,45                       |
| SE1146EN          | 0,5708                             | 1141,6   | 12         | 10,5         | 20,4  | 0,5                        | 93,7              | 12,7                       | 11,6              | 0,3                        |
| SE1147EN          | 0,5774                             | 1156,8   | 15         | 13,5         | 12,8  | 0,3                        | 55,9              | 7,3                        | 12,4              | 0,3                        |
| SE1148EN          | 0,5773                             | 1146,6   | 18         | 16,5         | 4,9   | 0,1                        | 24                | 4,6                        | 13,5              | 0,3                        |
| SE1149EN          | 0,5578                             | 1105,6   | 21         | 19,5         | 2,8   | 0,1                        | 26,3              | 1,8                        | 13,8              | 0,3                        |

$\Delta m$  es la masa de la capa,  $\rho_{\text{relativa}}$  es la densidad relativa de la muestra,  $z_i$  es la posición de corte de la capa  $z_i^c = z_i - \frac{\Delta z}{2}$  donde  $z_i^c$  es la posición del centroide,  $\Delta z$  es el grosor de la capa extraída.

Los datos son obtenidos después de analizar los espectros utilizando las calibraciones del sistema.

La información física de la muestra es un dato importante para la reconstrucción de la escala radiocronológica. La distancia que se describe es la posición donde se hizo el corte de extracción.

La capa se extrajo en cortes de 3 cm en el lugar de extracción, por tanto, la incertidumbre es de 1,5 cm. La posición del centroide  $z_i^c$  es 1,5 cm desde la parte superior de la capa.

### 5.3 Manejo de datos

La información mostrada en la tabla 5.1 se manejó utilizando el código desarrollado para el análisis de datos (ver sección C). La profundidad del centroide de la capa se encuentra en el centro geométrico.

Se trabajaron los datos bajo los siguientes tratamientos:

- a) **Datos de espectroscopía gamma.** Se toman los datos obtenidos en la tabla 5.1 y se asocian los valores de concentración de actividad ( $\text{Bq} \cdot \text{kg}^{-1}$ ) con la profundidad del centroide.

Tabla 5.2: Profundidad del centro de la capa desde la superficie de referencia y concentración de actividad de las muestras de sedimento.

| Profundidad del centro de la capa (cm) | Concentración de actividad ( $\text{Bq} \cdot \text{kg}^{-1}$ ) |                            |                   |                            |                   |                            |
|--|---|----------------------------|-------------------|----------------------------|-------------------|----------------------------|
|  | $^{137}\text{Cs}$   | $\Delta_{^{137}\text{Cs}}$ | $^{210}\text{Pb}$ | $\Delta_{^{210}\text{Pb}}$ | $^{214}\text{Bi}$ | $\Delta_{^{214}\text{Bi}}$ |
| 1,5                                    | 15,3  | 0,4                        | 198,7             | 21,3                       | 7,2               | 0,3                        |
| 4,5                                    | 18,6  | 0,5                        | 198,1             | 24,6                       | 10,3              | 0,4                        |
| 7,5                                    | 18,4  | 0,5                        | 139,8             | 20                         | 9,6               | 0,45                       |
| 10,5                                   | 20,4  | 0,5                        | 93,7              | 12,7                       | 11,6              | 0,3                        |
| 13,5                                   | 12,8  | 0,3                        | 55,9              | 7,3                        | 12,4              | 0,3                        |
| 16,5                                   | 4,9   | 0,1                        | 24                | 4,6                        | 13,5              | 0,3                        |
| 19,5                                   | 2,8   | 0,1                        | 26,3              | 1,8                        | 13,8              | 0,3                        |

Al suponer que la concentración de la capa es la misma en cualquier punto de la capa, se toma el centroide como punto de referencia.

- b) **Datos de espectroscopía gamma suavizados.** Los datos suavizados se obtuvieron calculando la media móvil, descrita en la sección A.2, entre dos capas consecutivas de sedimento. La posición del centroide también se corrige utilizando el método de media móvil. La tabla 5.3 muestra la información de los datos suavizados.

Tabla 5.3: Profundidad del centro de la capa desde la superficie de referencia y concentración de actividad de las muestras de sedimento suavizadas por el método de media móvil.

| Profundidad del centroide suavizado (cm) | Concentración de actividad suavizada ( $\text{Bq} \cdot \text{kg}^{-1}$ ) |                            |                   |                            |                   |                            |
|--|---|----------------------------|-------------------|----------------------------|-------------------|----------------------------|
|  | $^{137}\text{Cs}$   | $\Delta_{^{137}\text{Cs}}$ | $^{210}\text{Pb}$ | $\Delta_{^{210}\text{Pb}}$ | $^{214}\text{Bi}$ | $\Delta_{^{214}\text{Bi}}$ |
| 3  | 16,59   | 0,312                      | 198,44            | 16,103                     | 8,32              | 0,240                      |
| 6  | 18,50   | 0,354                      | 163,00            | 15,518                     | 9,99              | 0,299                      |
| 9  | 19,40   | 0,354                      | 106,95            | 10,721                     | 10,98             | 0,250                      |
| 12                                       | 14,81   | 0,257                      | 65,29             | 6,329                      | 12,00             | 0,212                      |
| 15                                       | 5,69  | 0,095                      | 33,07             | 3,892                      | 12,95             | 0,212                      |
| 18                                       | 3,85  | 0,071                      | 25,99             | 1,676                      | 13,65             | 0,212                      |

Los datos de concentración se encuentran suavizados entre las capas, utilizando el valor de media móvil con la incertidumbre asociada, es importante notar que el valor de la profundidad de las capas usa el corrimiento de la media móvil.

### 5.3.1 Análisis radiocronológico a partir del método de mínimos cuadrados

Los datos se analizaron con los modelos tipo SAR (CIC y CRS). En este tipo de modelos, los radionucleidos atrapados en cada capa de sedimento se encuentran fijos. Se encontró la curva de ajuste de los modelos usando el método de mínimos cuadrados. Los modelos se aplicaron considerando la razón entre densidad y tasa de deposición de sedimento como una constante en la columna de sedimento. Se determinó el plomo en exceso, tomando la concentración de actividad de  $^{210}\text{Pb}$  base en las capas a partir de la actividad del  $^{214}\text{Bi}$  en equilibrio secular con el  $^{226}\text{Ra}$ . Este resultado se deriva de las ecuaciones de Bateman.

Se obtuvo la recta de mejor ajuste de los datos linealizados utilizando una transformación de logarítmica,  $\ln C_{^{210}\text{Pb}_{\text{exceso}}}$  contra la posición del centroide  $z_i^c$  (modelo CIC). Las rutinas desarrolladas para realizar estos cálculos para el modelo CIC se encuentran en las secciones C.2 y C.3. El análisis de los datos de la tabla 5.3 se muestra en el gráfico de la figura 5.2.

El pico con mayor actividad de  $^{137}\text{Cs}$  tiene una edad de  $(53 \pm 9)$  a, fechando la capa a 1964. El máximo de  $^{137}\text{Cs}$  debe encontrarse en 1963 (Sykora y Froehlich, 2009). El

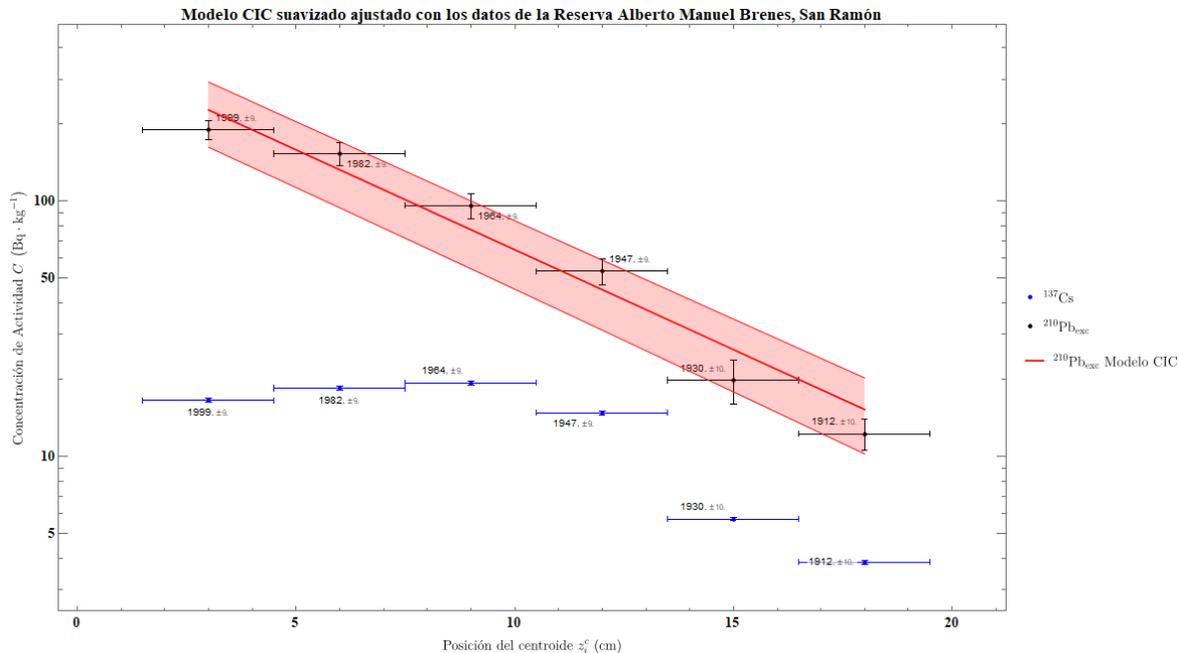


Figura 5.2: Gráfico de concentración de la actividad  $C$  ( $\text{Bq} \cdot \text{kg}^{-1}$ ) contra posición del centroide  $z_i^c$  (cm). Los datos se suavizaron utilizando la media móvil entre dos capas consecutivas. El gráfico se encuentra en escala logarítmica, el eje vertical muestra la concentración de actividad suavizada. Por otro lado, el eje horizontal muestra la posición suavizada del centroide en la columna de sedimento extraído, medida desde la capa de interacción. Los puntos azules, representan la concentración de actividad del  $^{137}\text{Cs}$ , junto con sus barras de error, los puntos negros representan la concentración de actividad del  $^{210}\text{Pb}$  en exceso. La línea roja representa la recta de ajuste obtenida del análisis de linealización de los datos y la banda de error del ajuste está representado por el área sombreada de color rojo.

porcentaje de error entre la determinación de la fecha de este pico es 1,85 %, el cual es menor a la incertidumbre relativa de 16,98 % determinada por el modelo.

La ecuación de la recta de mejor ajuste para los datos linealizados tiene la siguiente forma:

$$\ln C_{^{210}\text{Pb}_{\text{exceso}}} = (-0,180 \pm 0,009)z + (5,967 \pm 0,090). \quad (5.1)$$

Donde la pendiente de la recta  $a$  es la razón entre densidad de la muestra y la tasa de deposición de sedimento. El intercepto con el eje de la recta de mejor ajuste  $b$  se relaciona con la concentración de actividad inicial de la columna de suelo sedimentario con la siguiente ecuación:

$$C_0(z) = e^b. \quad (5.2)$$

La ecuación de la recta 5.1 se relaciona con la ecuación experimental para el modelo

CIC, aplicando la función exponencial de base neperiana. La ecuación del modelo CIC se define como:

$$C_{\text{CIC}}(z) = e^{(az+b)}. \quad (5.3)$$

La incertidumbre de la actividad del  $^{210}\text{Pb}$  en exceso para el modelo CIC se obtiene utilizando el método de propagación de la incertidumbre:

$$\Delta_{C_{\text{CIC}}(z)} = e^b e^{az} \sqrt{\Delta_b^2 + z^2 \Delta_a^2 + a^2 \Delta_z^2}. \quad (5.4)$$

El valor del fechado de la muestra por el modelo CIC, se determinó a partir de la pendiente de la recta  $m$ , esta ecuación es un resultado directo de la separación del valor inicial y el perfil cronológico de la muestra desarrollado matemáticamente en el capítulo 3. El fechado se obtiene como,

$$t_{\text{Fechado}} = 2017 - \frac{|a|z}{\lambda_{210\text{Pb}}}. \quad (5.5)$$

Se fija la fecha en el 2017, ya que, corresponde al año en que se realizó el muestreo. La incertidumbre está descrita por la siguiente ecuación,

$$\Delta_t = \frac{|a|z}{\lambda_{210\text{Pb}}} \sqrt{\left(\frac{\Delta_a}{a}\right)^2 + \left(\frac{\Delta_z}{z}\right)^2}. \quad (5.6)$$

Las ecuaciones 5.5 y 5.6 son válidas para cualquier modelo del tipo SAR, si se toma como referencia el desarrollo conceptual realizado en el capítulo 3, sobre modelos generalizados.

La tabla 5.4 es un resumen los datos de concentración de la actividad del  $^{210}\text{Pb}_{\text{exceso}}$  determinados por el modelo CIC con los datos suavizados. Además, se comparó con la información de la concentración de la actividad determinada por espectroscopía gamma.

Tabla 5.4: Comparación entre las concentraciones de actividad medidas en las muestras de sedimento suavizadas con respecto a la concentración de actividad estimada por el modelo CIC.

| Profundidad del centroide $z_i^c$ | Fecha         | Concentración de actividad $^{210}\text{Pb}_{\text{exceso}}$ | Concentración de Actividad CIC   | Error absoluto |
|-----------------------------------|---------------|--|----------------------------------|----------------|
| cm                                | a             | $\text{Bq} \cdot \text{kg}^{-1}$                             | $\text{Bq} \cdot \text{kg}^{-1}$ | %              |
| 3                                 | 1999 $\pm$ 8  | 189,92 $\pm$ 16,10   | 227,50 $\pm$ 65,14               | 19,87          |
| 6                                 | 1982 $\pm$ 8  | 153,13 $\pm$ 15,52   | 132,53 $\pm$ 38,48               | 13,45          |
| 9                                 | 1964 $\pm$ 9  | 95,92 $\pm$ 10,72  | 77,21 $\pm$ 22,92                | 19,51          |
| 12                                | 1947 $\pm$ 9  | 53,09 $\pm$ 6,33   | 44,98 $\pm$ 13,76                | 15,23          |
| 15                                | 1930 $\pm$ 9  | 19,90 $\pm$ 1,70   | 26,20 $\pm$ 8,31                 | 31,65          |
| 18                                | 1912 $\pm$ 10 | 12,23 $\pm$ 1,70   | 15,26 $\pm$ 5,04                 | 24,75          |

La concentración de la actividad CIC es un cálculo estimado utilizado el modelo de datación.

La comparación entre los datos del plomo en exceso obtenidos de la tabla 5.3 y los datos de concentración de la actividad extraídos del ajuste CIC se muestra en forma de porcentajes de error.

Los datos de fechado representan la fecha aproximada de la capa asociada al centroide suavizado, el valor es aproximado para la fecha donde se formó. Este es calculado utilizando la ecuación 5.5.

Las incertidumbres de las concentraciones de actividad del  $^{210}\text{Pb}$  en exceso y las fechas obtenidas por el modelo CIC, se obtuvieron utilizando el algoritmo del apéndice C.2, junto con las ecuaciones 5.4 y 5.6, respectivamente.

El porcentaje de error es particularmente alto, debido a que el método de mínimos cuadrados depende de la incertidumbre de los datos. Al utilizar un detector con una geometría coaxial del tipo p, como se muestra en las figuras 4.4(a) y 4.4(b), la eficiencia para la energía de emisión gamma del  $^{210}\text{Pb}$  (46,53 keV) es menor comparado con la energía de emisión del  $^{137}\text{Cs}$  (661,7 keV) y posee una eficiencia mayor.

La concentración de actividad del  $^{210}\text{Pb}$  en exceso se obtiene de la tabla 5.2, o los datos que no tienen el suavizado por media móvil, fueron analizados con el código de la sección C.3. De ahí se obtiene el gráfico de la figura 5.3.

La curva experimental obtenida por el método de mínimos cuadrados, para una línea recta se define como:

$$C_{^{210}\text{Pb}_{\text{exceso}}}(z) = (317,90 \pm 30,39) \exp((5,762 \pm 0,090)z). \quad (5.7)$$

La tabla 5.5 muestra la comparación entre los datos generados por el modelo CIC y las mediciones de concentración de plomo en exceso en las muestras de suelo.

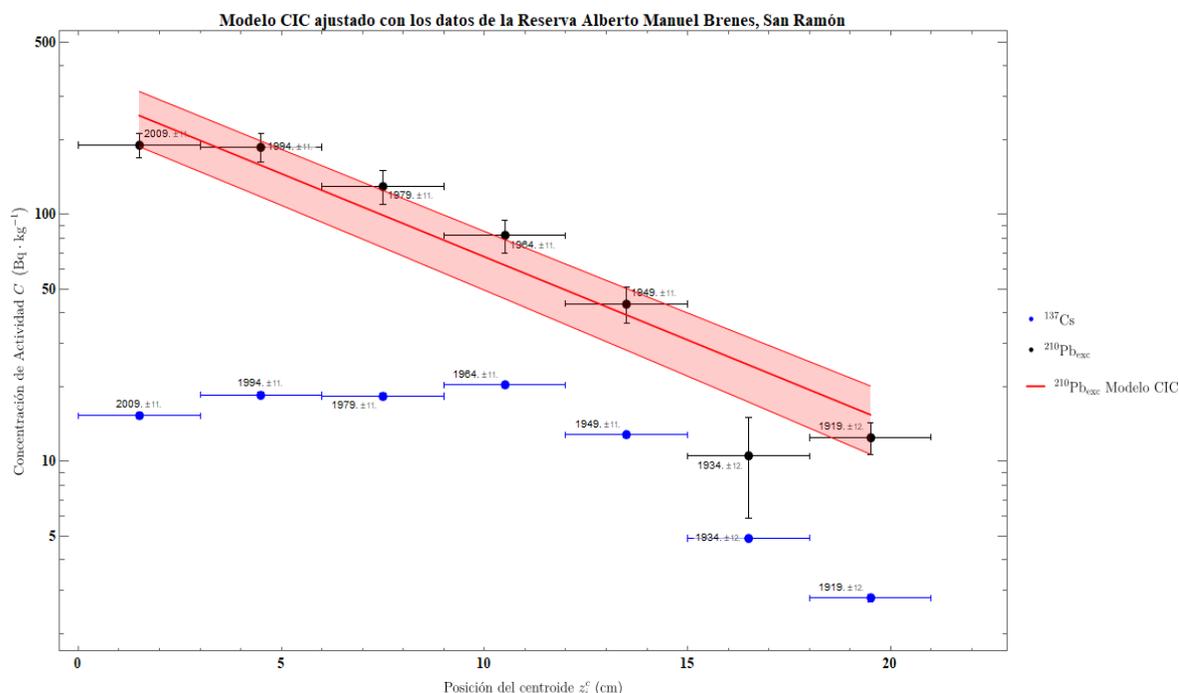


Figura 5.3: Gráfico de concentración de la actividad  $C$  ( $\text{Bq} \cdot \text{kg}^{-1}$ ) contra posición del centroide  $z_i^c$  (cm). El gráfico muestra una escala logarítmica en el eje vertical asociado a la concentración de actividad. Por otro lado, el eje horizontal muestra la posición del centroide en la columna de suelo sedimentario, medida desde la capa de interacción. Los puntos azules representan la concentración de actividad del  $^{137}\text{Cs}$ , junto con sus barras de error, los puntos negros representan la concentración de actividad del  $^{210}\text{Pb}$  en exceso. La línea roja representa la recta de ajuste obtenida del análisis de linealización de los datos y la banda de error del ajuste está representada por el área sombreada de color rojo.

Tabla 5.5: Comparación entre las concentraciones de actividad medidas en las muestras de sedimento con respecto a la concentración de actividad estimada por el modelo CIC.

| Profundidad del centroide $z_i^c$ | Fecha        | Concentración de actividad $^{210}\text{Pb}_{\text{exceso}}$ | Concentración de Actividad CIC   | Error absoluto |
|-----------------------------------|--------------|--|----------------------------------|----------------|
| cm                                | a            | $\text{Bq} \cdot \text{kg}^{-1}$                             | $\text{Bq} \cdot \text{kg}^{-1}$ | %              |
| 1,5                               | 2009 $\pm$ 7 | 191,50 $\pm$ 21,30   | 251,94 $\pm$ 63,44               | 31,56          |
| 4,5                               | 1994 $\pm$ 7 | 187,80 $\pm$ 24,60   | 158,23 $\pm$ 40,31               | 15,75          |
| 7,5                               | 1979 $\pm$ 7 | 130,20 $\pm$ 20,01   | 99,38 $\pm$ 25,90                | 23,67          |
| 10,5                              | 1964 $\pm$ 8 | 82,10 $\pm$ 12,70  | 62,41 $\pm$ 16,80                | 23,98          |
| 13,5                              | 1949 $\pm$ 8 | 43,50 $\pm$ 7,31   | 39,20 $\pm$ 10,98                | 9,89           |
| 16,5                              | 1934 $\pm$ 8 | 10,50 $\pm$ 4,61   | 24,62 $\pm$ 7,22                 | 134,47         |
| 19,5                              | 1919 $\pm$ 9 | 12,5 $\pm$ 1,82  | 15,46 $\pm$ 4,76                 | 23,68          |

La concentración de la actividad CIC es un cálculo estimado utilizado el modelo de datación.

La comparación entre los datos del plomo en exceso obtenidos de la tabla 5.2 y los datos de concentración de la actividad extraídos del ajuste CIC se muestra en forma de porcentajes de error.

Los datos de fechado representan la fecha aproximada que tiene la capa asociada al centroide fechado, eso no significa que la capa de 3 cm de espesor se formase en ese año únicamente. Este es calculado utilizando la ecuación 5.5.

Las incertidumbres de las concentraciones de actividad del  $^{210}\text{Pb}$  en exceso y las fechas obtenidas por el modelo CIC, se obtuvieron utilizando el algoritmo del apéndice C.3, junto con las ecuaciones 5.4 y 5.6, respectivamente.

Los datos de la tabla 5.2 analizados por el modelo CIC muestran el pico mayor de  $^{137}\text{Cs}$  en el año de  $1964 \pm 11$  a una profundidad de 10,5 cm. Ambos análisis del modelo CIC muestran la misma edad, pero a diferentes distancias. En este caso particular, el modelo CIC muestra ser bastante preciso para datar las muestras del suelo extraído. En contraste con las mediciones se observa que los fechados son diferentes en los datos suavizados y sin suavizar. Esto es algo que se puede esperar porque las posiciones de profundidad son diferentes, eventualmente calza en el valor máximo de  $^{137}\text{Cs}$ , esto último no es eventual, la efectividad de un modelo de fechado se basa en la efectividad de reproducir las fechas conocidas o al menos acercarse lo suficiente.

En el caso del modelo CRS, se linealizaron los inventarios ( $I_{210\text{Pb}_{\text{exceso}}} = \sum_{i=z}^{z_f} \rho C_{210\text{Pb}_{\text{exceso}}} \Delta z$ ) con la función  $\ln(I_{210\text{Pb}_{\text{exceso}}})$  contra la posición del centroide. Utilizando el algoritmo descrito en las secciones C.4 y C.5. El modelo CRS suavizado generó la siguiente ecuación de ajuste lineal:

$$\ln(I_{210\text{Pb}_{\text{exceso}}}) = (-0,208 \pm 0,020)z + (1,020 \pm 0,168). \quad (5.8)$$

La curva experimental de la concentración de actividad descrita por el modelo CRS utilizando los parámetros de la recta de mejor ajuste. Primero, la concentración de actividad inicial de cada capa de sedimento se describe como:

$$C_0(z) = \frac{ae^b}{\rho(z)}. \quad (5.9)$$

Donde  $a$  es la pendiente de la recta de mejor ajuste y  $b$  es el intercepto con el eje. A partir de la ecuación 5.9, se obtiene la concentración de actividad de cada capa a partir del análisis CRS y se define como:

$$C_{\text{CRS}}(z) = \frac{ae^{(az+b)}}{\rho(z)}. \quad (5.10)$$

La incertidumbre de la actividad del modelo CRS está descrita como:

$$\Delta_{C_{\text{CRS}}} = \frac{ae^b e^{az}}{\rho(z)} \sqrt{\left(\frac{1}{a} + z\right)^2 \Delta_a^2 + \Delta_b^2 + \left(\frac{\Delta_\rho}{\rho(z)}\right)}. \quad (5.11)$$

Las ecuaciones anteriores están integradas al algoritmo CRS, descrito en la sección C.4, los resultados más relevantes del modelo se muestran en la tabla 5.6.

Tabla 5.6: Comparación entre las concentraciones de actividad medidas en las muestras de sedimento suavizadas con respecto a la concentración de actividad estimada por el modelo CRS

| Profundidad del centroide $z_i^c$ | Fecha     | Concentración de actividad $^{210}\text{Pb}_{\text{exceso}}$ | Concentración de Actividad CRS   | Error absoluto |
|-----------------------------------|-----------|--|----------------------------------|----------------|
| cm                                | a         | $\text{Bq} \cdot \text{kg}^{-1}$                             | $\text{Bq} \cdot \text{kg}^{-1}$ | %              |
| 3                                 | 1994 ± 11 | 189,92 ± 16,10   | 346,88 ± 58,91                   | 82,65          |
| 6                                 | 1972 ± 11 | 153,13 ± 15,52   | 160,28 ± 27,40                   | 4,67           |
| 9                                 | 1950 ± 12 | 95,92 ± 10,72  | 72,86 ± 14,00                    | 24,04          |
| 12                                | 1928 ± 13 | 53,09 ± 6,33   | 35,07 ± 8,00                     | 33,94          |
| 15                                | 1905 ± 14 | 19,90 ± 1,70   | 17,55 ± 4,78                     | 11,80          |
| 18                                | 1883 ± 16 | 12,23 ± 1,70   | 9,00 ± 2,90                      | 26,41          |

La concentración de la actividad CRS es un cálculo de la actividad estimada utilizado el modelo de datación.

La comparación entre los datos del plomo en exceso obtenidos de la tabla 5.3 y los datos de concentración de la actividad extraídos del ajuste CRS se muestra en forma de porcentajes de error.

Los datos de fechado representan la fecha aproximada que tiene la capa que se asocia al centroide suavizado, el valor es aproximado para la fecha donde se formó el centroide. Este es calculado utilizando la ecuación 5.5.

Las incertidumbres de las concentraciones de actividad del  $^{210}\text{Pb}$  en exceso y las fechas obtenidas por el modelo CRS, se obtuvieron utilizando el algoritmo del apéndice C.4, junto con las ecuaciones 5.4 y 5.11, respectivamente.

El ajuste para el modelo CRS muestra el siguiente gráfico (Figura 5.3). La curva experimental muestra un comportamiento no lineal, a diferencia del modelo CIC. Esto se debe a que se está graficando la concentración de actividad y no el inventario.

La recta de ajuste para la linealización del inventario suavizado obtenida es la siguiente:

$$\ln(I_{210\text{Pb}_{\text{exceso}}}) = (-0,208 \pm 0,022)z + (1,227 \pm 0,209) \quad (5.12)$$

Realizado un análisis del inventario de plomo en exceso, se hace el ajuste lineal para el modelo CRS. El análisis de la curva de actividad del modelo CRS desarrollado por el algoritmo descrito en la sección C.5. Los resultados se resumen en la tabla 5.7.

Tabla 5.7: Comparación entre las concentraciones de actividad medidas en las muestras de sedimento suavizadas con respecto a la concentración de actividad estimada por el modelo CRS.

| Profundidad del centroide $z_i^c$ | Fecha     | Concentración de actividad $^{210}\text{Pb}_{\text{exceso}}$ | Concentración de Actividad CRS   | Error absoluto |
|-----------------------------------|-----------|--|----------------------------------|----------------|
| cm                                | a         | $\text{Bq} \cdot \text{kg}^{-1}$                             | $\text{Bq} \cdot \text{kg}^{-1}$ | %              |
| 1,5                               | 2006 ± 10 | 191,50 ± 21,30   | 572,10 ± 126,33                  | 198,75         |
| 4,5                               | 1986 ± 10 | 187,80 ± 24,60   | 297,47 ± 62,10                   | 58,40          |
| 7,5                               | 1966 ± 11 | 130,20 ± 20,01   | 139,83 ± 30,33                   | 7,40           |
| 10,5                              | 1946 ± 12 | 82,10 ± 12,70  | 69,86 ± 16,99                    | 14,90          |
| 13,5                              | 1926 ± 13 | 43,50 ± 7,31   | 36,91 ± 10,43                    | 15,15          |
| 16,5                              | 1906 ± 15 | 10,50 ± 4,61   | 19,94 ± 6,59                     | 89,87          |
| 19,5                              | 1886 ± 17 | 12,5 ± 1,82  | 11,07 ± 4,25                     | 11,45          |

La comparación entre los datos del plomo en exceso obtenidos de la tabla 5.2 y los datos de concentración de la actividad extraídos del ajuste CRS se muestra en forma de porcentajes de error.

Los datos de fechado representan la fecha aproximada que tiene la capa que se asocia al centroide fechado, eso no significa que la capa de 3 cm de espesor se formara en ese año únicamente. Este es calculado utilizando la ecuación 5.5.

Las incertidumbres de las concentraciones de actividad del  $^{210}\text{Pb}$  en exceso y las fechas obtenidas por el modelo CRS, se obtuvieron utilizando el algoritmo del apéndice C.5, junto con las ecuaciones 5.4 y 5.10, respectivamente.

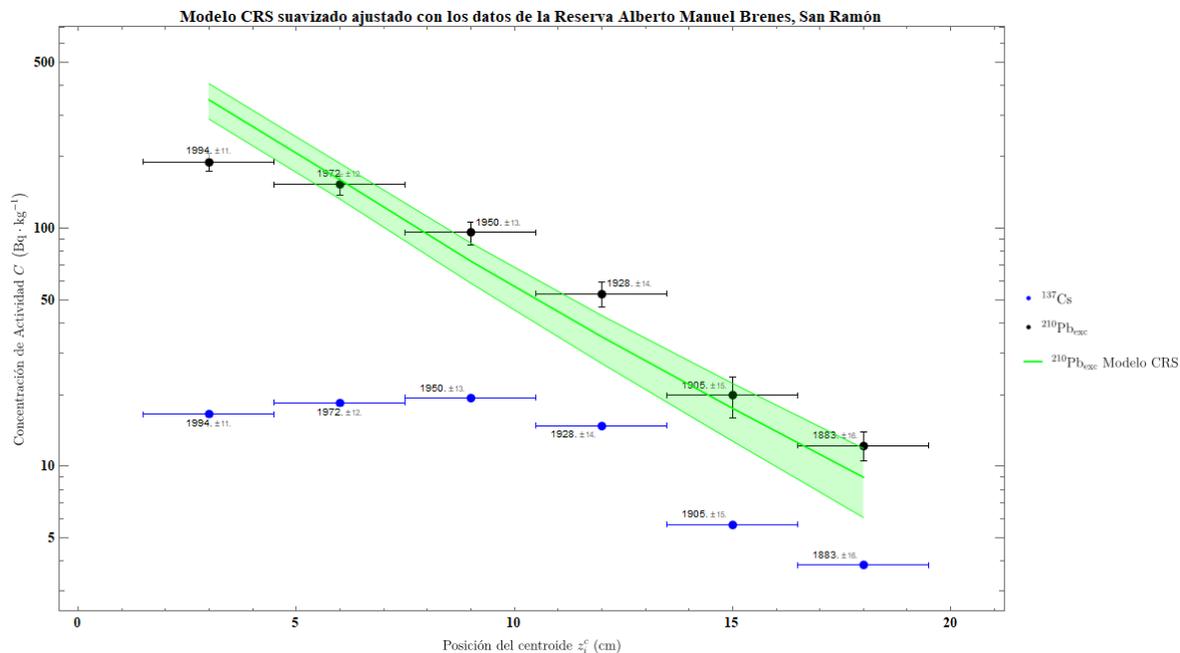


Figura 5.4: Gráfico de concentración de la actividad de los datos suavizados por media móvil  $C$  ( $\text{Bq} \cdot \text{kg}^{-1}$ ) contra posición suavizada del centroide  $z_i^c$  (cm). El gráfico en escala logarítmica en el eje vertical muestra la concentración de actividad, mientras el eje horizontal muestra la posición del centroide en la columna de suelo sedimentario, medida desde la capa de interacción. Los puntos azules, representan la concentración de actividad del  $^{137}\text{Cs}$ , junto con sus barras de error, los puntos negros representan la concentración de actividad del  $^{210}\text{Pb}$  en exceso. La curva verde representa la ecuación de ajuste generada por el análisis del modelo CRS con los datos y la banda de error del ajuste está representado por el área sombreada de color verde.

A partir de estos datos, se construye el gráfico de concentración de actividad para el modelo CRS. (Figura 5.5)

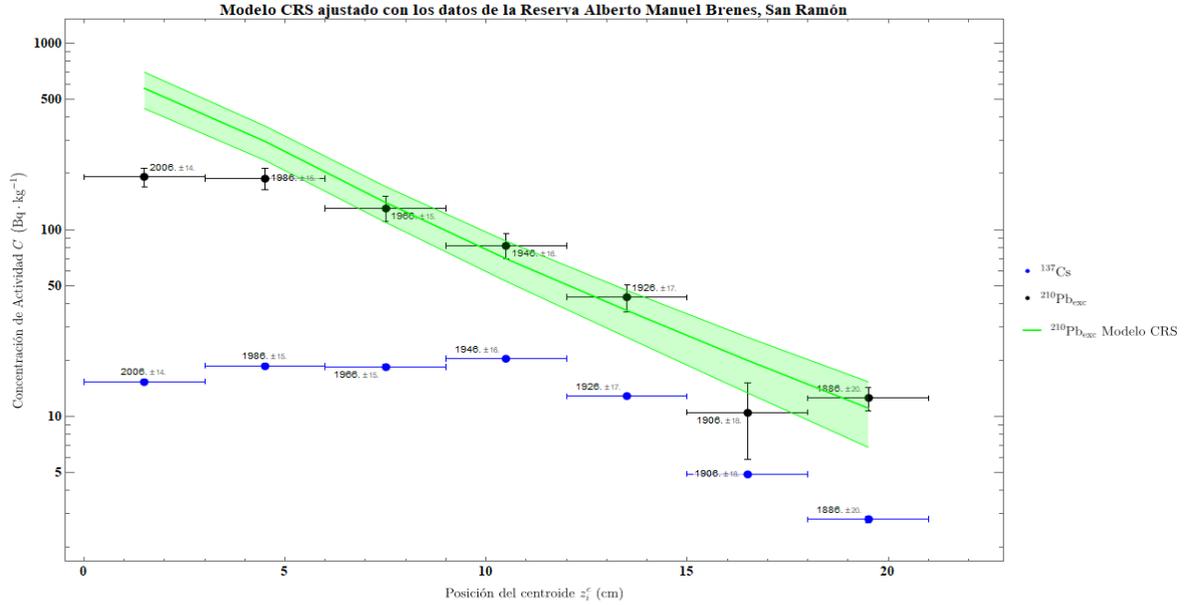


Figura 5.5: Gráfico de concentración de la actividad de las muestras de suelo  $C$  ( $\text{Bq} \cdot \text{kg}^{-1}$ ) contra posición del centroide  $z_i^c$  (cm). El gráfico en escala logarítmica en el eje vertical muestra la concentración de actividad, mientras el eje horizontal muestra la posición del centroide en la columna de suelo sedimentario, medida desde la capa de interacción. Los puntos azules, representan la concentración de actividad del  $^{137}\text{Cs}$ , junto con sus barras de error, los puntos negros representan la concentración de actividad del  $^{210}\text{Pb}$  en exceso. La curva verde representa la ecuación de ajuste generada por el análisis del modelo CRS y la banda de error del ajuste está representado por el área sombreada de color verde.

#### 5.4 Resultados finales y comentarios

Los modelos, además de las fechas, también deben describir la condición de acumulación de masa de la capa o tasa de deposición de sedimento. Considerando que se realizó un ajuste lineal en los datos transformados en función del tipo de modelo probado (CIC o CRS). En general, para los modelos tipo SAR utilizados, se define la tasa de deposición de sedimento como:

$$r(z) = \frac{\lambda_{210\text{Pb}}\rho(z)}{|a|}. \quad (5.13)$$

En este caso, la incertidumbre por propagación de errores de la tasa de deposición es:

$$\Delta_r = \frac{\lambda_{210\text{Pb}}\rho(z)}{|m|} \sqrt{\left(\frac{\Delta_a}{a}\right)^2 + \left(\frac{\Delta_\rho}{\rho(z)}\right)^2}. \quad (5.14)$$

Considerando el análisis realizado anteriormente, se agruparon los análisis de datos

en datos suavizados y datos sin suavizar. Con el fin de comparar los mismos centroides y también utilizar condiciones semejantes en los datos analizados.

El suavizado de los datos se utilizó para eliminar algunos cortes indeseables en los datos. Según el rigor del análisis que se desea realizar, esta práctica no es recomendable (Bevington y Robinson, 2003), pero como la incertidumbre de los datos extraídos por espectroscopía gamma para el  $^{210}\text{Pb}$  en exceso es muy alta, se utiliza para compensar posibles fluctuaciones que no permitirían realizar una análisis deseado (Bevington y Robinson, 2003).

#### 5.4.1 Comparación entre los modelos CIC y CRS suavizados

A partir de los cálculos realizados en la sección 5.3, se obtienen los valores de la concentración de actividad de predichas siguiendo los modelos CIC y CRS, además se predice la tasa de acumulación de masa siguiendo los cálculos del modelo, los fechados obtenidos por las dataciones de las muestras. En la tabla 5.8, se observa un resumen de los datos

Tabla 5.8: Comparación de los resultados del análisis por los modelos CIC y CRS suavizados utilizando los datos obtenidos de  $^{210}\text{Pb}$  para la Reserva Alberto Manuel Brenes, San Ramón.

| Profundidad<br>cm                | Datos analizados                 |                                  |   |   |                 |               |               |            |
|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|---|---|-----------------|---------------|---------------|------------|
|                                  | Concentración de actividad       |                                  |   | Tasa de acumulación de masa                         |                 | Fechado       |               | $\Delta t$ |
|                                  | Datos                            | CIC                              | CRS   | CIC   | CRS             | CIC           | CRS           |            |
| $\text{Bq} \cdot \text{kg}^{-1}$ | $\text{Bq} \cdot \text{kg}^{-1}$ | $\text{Bq} \cdot \text{kg}^{-1}$ | $\text{kg} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{a}^{-1}$ | $\text{kg} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{a}^{-1}$ | a               | a             | a             |            |
| 3                                | $189,92 \pm 16,10$               | $227,50 \pm 65,14$               | $346,88 \pm 58,91$                                  | $1,59 \pm 0,08$                                     | $1,25 \pm 0,11$ | $1999 \pm 8$  | $1994 \pm 11$ | 5          |
| 6                                | $153,13 \pm 15,52$               | $132,53 \pm 38,48$               | $160,28 \pm 27,40$                                  | $1,73 \pm 0,09$                                     | $1,35 \pm 0,12$ | $1982 \pm 8$  | $1972 \pm 11$ | 10         |
| 9                                | $95,92 \pm 10,72$                | $77,21 \pm 22,92$                | $72,86 \pm 14,00$                                   | $1,90 \pm 0,10$                                     | $1,49 \pm 0,13$ | $1964 \pm 9$  | $1950 \pm 12$ | 14         |
| 12                               | $53,09 \pm 6,33$                 | $44,98 \pm 13,76$                | $35,07 \pm 8,00$                                    | $1,98 \pm 0,10$                                     | $1,55 \pm 0,14$ | $1947 \pm 9$  | $1928 \pm 13$ | 19         |
| 15                               | $19,90 \pm 3,90$                 | $26,20 \pm 8,31$                 | $17,55 \pm 4,78$                                    | $1,99 \pm 0,10$                                     | $1,56 \pm 0,14$ | $1930 \pm 9$  | $1905 \pm 14$ | 35         |
| 18                               | $12,23 \pm 1,70$                 | $15,26 \pm 5,04$                 | $9,00 \pm 2,90$                                     | $1,94 \pm 0,10$                                     | $1,52 \pm 0,13$ | $1912 \pm 10$ | $1883 \pm 16$ | 29         |

Los datos comparados son resultados directos que se obtienen únicamente calculados con cada modelo. La selección del modelo óptimo para los datos se realizó mediante el fechado de los datos, y los valores esperados.

$\Delta t$  se refiere a la diferencia temporal entre los fechados de los distintos modelos, esta comparación es producto de los diferentes parámetros iniciales considerados en cada modelo, pero la fecha de la estimación de cada edad fue determinada por la ecuación 5.5 en ambos casos.

De los datos de la tabla 5.8, se deduce que el modelo CIC predice mejor el fechado del pico de  $^{137}\text{Cs}$  para las pruebas nucleares en la atmósfera, mientras que el modelo CRS se desvía de la medición por casi 13 a, este valor es superior a la incertidumbre de fechado para la capa analizada. Como se muestra en la figura 5.6. En este caso, si se analiza la diferencia entre las edades determinadas por ambos modelos, esta diferencia aumenta con la profundidad del centroide de la muestra. Esto se debe a las consideraciones del modelo utilizadas en un principio (ajuste lineal). Un ajuste de un orden superior podría dar un mejor resultado con los datos determinados, el problema radica en que los

órdenes superiores requieren movilidad de los radionucleidos presentes en las muestras, ahora esa variación entre las fechas también se relaciona a la acumulación de masa de sedimentos (P. G. Appleby y Oldfield, 1978).

Los datos de las actividades del modelo CIC más cercanas a las actividades medidas, en comparación a las actividades obtenidas del modelo CRS. En este caso, el modelo que mejor predice el comportamiento de formación de suelo sedimentario es el modelo CIC.

#### 5.4.2 Comparación entre los modelos CIC y CRS

Los datos que no fueron suavizados antes de aplicar los modelos mostraron comportamiento semejante a los datos suavizados, cuando se aplicaron los modelos CIC y CRS. La tabla 5.9 resume los datos extraídos de ambos modelos.

Tabla 5.9: Comparación de los resultados del análisis por los modelos CIC y CRS utilizando los datos obtenidos de  $^{210}\text{Pb}$  para la Reserva Alberto Manuel Brenes, San Ramón.

| Profundidad<br>cm | Datos analizados                 |                                  |                                  |   |   |          |           |            |
|-------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|---|---|----------|-----------|------------|
|                   | Concentración de actividad       |                                  |                                  | Tasa de acumulación de masa                         |   | Fechado  |           |            |
|                   | Datos                            | CIC                              | CRS                              | CIC   | CRS   | CIC      | CRS       | $\Delta t$ |
|                   | $\text{Bq} \cdot \text{kg}^{-1}$ | $\text{Bq} \cdot \text{kg}^{-1}$ | $\text{Bq} \cdot \text{kg}^{-1}$ | $\text{kg} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{a}^{-1}$ | $\text{kg} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{a}^{-1}$ | a        | a         | a          |
| 1,5               | 191,50 ± 21,30                   | 251,94 ± 63,44                   | 572,10 ± 126,33                  | 1,82 ± 0,11   | 1,36 ± 0,14   | 2009 ± 7 | 2006 ± 10 | 3          |
| 4,5               | 187,80 ± 24,60                   | 158,23 ± 40,31                   | 297,47 ± 62,10                   | 1,88 ± 0,11   | 1,40 ± 0,15   | 1994 ± 7 | 1986 ± 10 | 8          |
| 7,5               | 130,20 ± 20,01                   | 99,38 ± 25,90                    | 139,83 ± 30,33                   | 2,14 ± 0,13   | 1,59 ± 0,17   | 1979 ± 7 | 1966 ± 11 | 13         |
| 10,5              | 82,10 ± 12,70                    | 62,41 ± 16,80                    | 69,86 ± 16,99                    | 2,29 ± 0,13   | 1,70 ± 0,18   | 1964 ± 8 | 1946 ± 12 | 18         |
| 13,5              | 43,50 ± 7,31                     | 39,20 ± 10,98                    | 36,91 ± 10,43                    | 2,32 ± 0,14   | 1,73 ± 0,18   | 1949 ± 8 | 1926 ± 13 | 23         |
| 16,5              | 10,50 ± 4,61                     | 24,62 ± 7,22                     | 19,94 ± 6,59                     | 2,30 ± 0,14   | 1,71 ± 0,18   | 1934 ± 8 | 1906 ± 15 | 28         |
| 19,5              | 12,5 ± 1,82                      | 15,46 ± 4,76                     | 11,07 ± 4,25                     | 2,22 ± 0,13   | 1,65 ± 0,17   | 1919 ± 9 | 1886 ± 17 | 33         |

Los datos comparados son resultados directos que se obtienen únicamente calculados con cada modelo. La selección del modelo óptimo para los datos se realizó mediante el fechado de los datos y los valores esperados.

Los valores de profundidad varían con respecto a los suavizados, porque las mediciones de concentración toman como consideración la posición del centro geométrico de la capa de sedimento.

$\Delta t$  se refiere a la diferencia temporal entre los fechados de los distintos modelos, esta comparación es producto de los diferentes parámetros iniciales considerados en cada modelo, pero la fecha de la estimación de cada edad fue determinada por la ecuación 5.5 en ambos casos.

Se comparan entre los valores medidos de la concentración de plomo en los sedimentos y los valores calculados por los modelos, mayoritariamente el modelo CRS ajusta mejor que el modelo CIC, pero ese parámetro no tiene tanto peso como la escala temporal, objetivo principal de estos modelos, y, aunque se obtiene una fecha de 1964, este pico no se encuentra en el máximo de  $^{137}\text{Cs}$ , como sí se aprecia con el modelo CIC. En este caso el modelo CIC, es el más preciso para las muestras obtenidas de San Ramón.

En el gráfico de comparación de los modelos, es importante apreciar el valor de la concentración en la capa SE1148EN con su centro en 16,5 cm. Este es más bajo que los valores de la capa del fondo. Esto se debe al tipo de detector utilizado en la

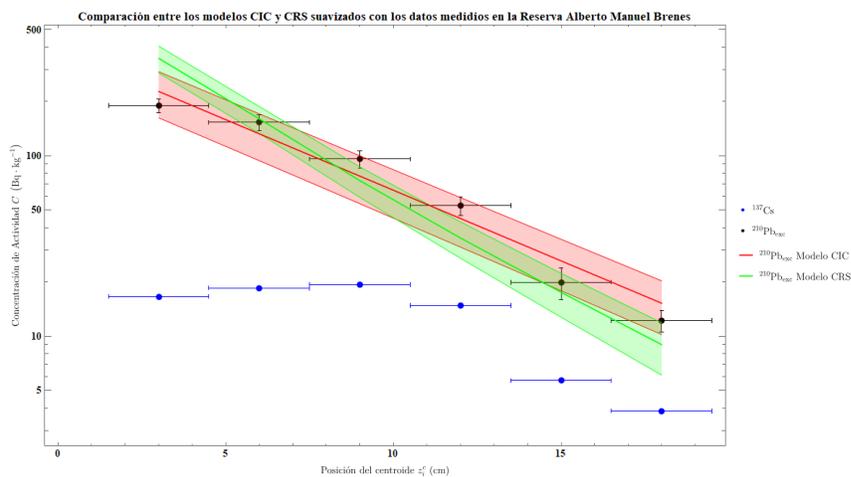
determinación de la concentración de actividad de  $^{210}\text{Pb}$ , la eficiencia del detector tiene un rango de 0,02 a 0,005 en la región de energía entre los valores de 40 keV a 50 keV. Lo cual tiene como consecuencia que la incertidumbre de la datación por capa sea relativamente alta.

### 5.4.3 Comparación entre los tratamientos a los datos aplicados y resolución final

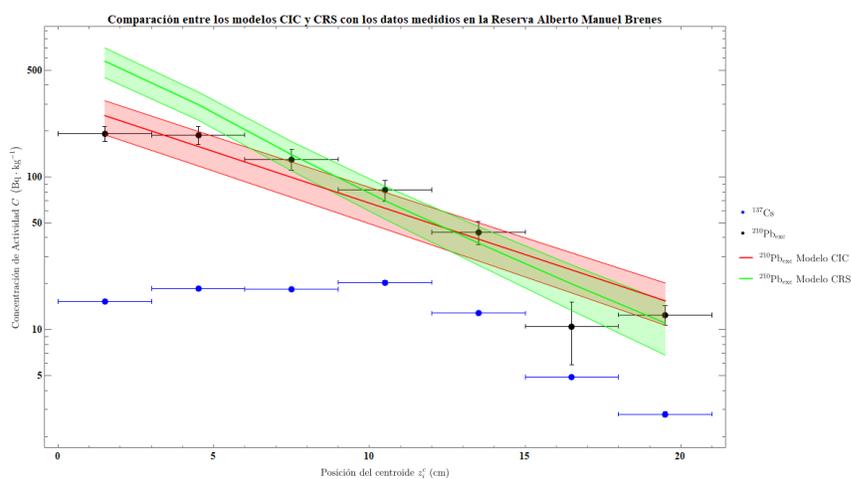
Por último, debido a que el modelo CIC se mantiene presente en los datos tratados con el suavizado y los datos no tratados, en la figura 5.6 se observa la comparación de los modelos entre los datos tratados, y las escalas de tiempo de las tablas 5.8 y 5.9 son muy semejantes a la hora del fechado. Aun así, estos criterios solamente sirven para escoger el más indicado entre los modelos CIC y CRS. Además, el criterio para escoger cuál tratamientos es conveniente, se basa en el tipo de detector utilizado. Se escoge el tratamiento de datos suavizados debido al tipo de detector utilizado, no solo influye en el tipo, en la precisión y errores de los modelos utilizados. También, es necesario considerar las limitaciones del detector de germanio hiperpuro utilizado (geometría coaxial tipo p). Las mediciones pueden agregar fluctuaciones, las cuales afectan el análisis de los datos, por eso en caso de utilizar otro tipo de detector con una mejor eficiencia en la región, es recomendable utilizar los datos no suavizados por un asunto de precisión.

En un comentario de resolución, se establece lo siguiente:

El modelo CIC es el comportamiento más preciso del proceso de formación de la columna de suelo sedimentario extraído en San Ramón. Además, en el caso de tener detectores con la geometría del equipo utilizado en esta investigación, se recomienda el suavizado por media móvil para los datos.



(a)



(b)

Figura 5.6: (a) Gráfico comparativo entre los modelos CIC y CRS suavizado con los datos obtenidos de la Reserva Alberto Manuel Brenes, San Ramón. El pico de mayor emisión gamma para el  $^{137}\text{Cs}$  se encuentra a los 9 cm, este valor es muy cercano al esperado de las pruebas nucleares en la atmósfera (1963). 5.6(b) Gráfico comparativo entre los modelos CIC y CRS con los datos obtenidos de la Reserva Alberto Manuel Brenes, San Ramón. El pico de mayor emisión gamma para el  $^{137}\text{Cs}$  se encuentra a los 10,5 cm, este valor es muy cercano al esperado de las pruebas nucleares en la atmósfera (1963).

El gráfico en escala logarítmica en el eje vertical muestra la concentración de actividad, mientras el eje horizontal muestra la posición del centroide en la columna de suelo sedimentario, medida desde la capa de interacción. Los puntos azules, representan la concentración de actividad del  $^{137}\text{Cs}$ , junto con sus barras de error, los puntos negros representan la concentración de actividad del  $^{210}\text{Pb}$  en exceso. La curva roja y el área sombreada roja representan la curva de ajuste que se obtiene al aplicar el modelo CIC, mientras que la curva verde y el área sombreada verde representan la curva de ajuste del modelo CRS y la banda de error del ajuste lineal.

## 6 Conclusiones

### 6.1 Conclusiones

La investigación tenía como eje central el uso de modelos radiocronológicos centrados en la acumulación de  $^{210}\text{Pb}$  atmosférico en suelos sedimentarios, con esta información se obtiene el fechado de el núcleo de sedimentos y se compara con los picos de actividad máxima del  $^{137}\text{Cs}$ , los cuales se pueden asociar a accidentes nucleares o pruebas de nucleares en la atmósfera. En el desarrollo del trabajo se obtuvieron las siguientes conclusiones:

1. Se determinó la escala temporal de la columna de suelo extraída en la Reserva Alberto Manuel Brenes, utilizando los modelos CIC y CRS, de ellos se determinó una diferencia de edades máxima de 35 años entre los modelos.
2. Se contrastaron los modelos CIC y CRS con las mediciones de actividad de la columna de sedimentos de la Reserva Alberto Manuel Brenes, por lo que se obtuvo para las muestras de la zona, el modelo CIC coincide con menor incertidumbre en el pico de 1963, que está asociado con las pruebas nucleares en la atmósfera, esta fecha se calibró utilizando el pico de concentración de  $^{137}\text{Cs}$  máximo para las muestras medidas.
3. El suavizado de datos mostró un comportamiento con mayor similitud al predicho por las ecuaciones de desintegración nuclear, sin embargo, en el momento de comparar los datos sin suavizar, se observa que la fecha del pico de 1963 es la misma para ambos casos, por lo que cualquiera de los dos tratamientos tiene la misma validez, pero se considera óptimo el uso de los datos suavizados por el rango de eficiencia del detector de germanio hiperpuro para la energía del  $^{210}\text{Pb}$ .

Por otro lado, el modelo desarrollado en el capítulo 3 fue una guía utilizada para construir un método de análisis genérico con los modelos existentes. Mostrando la relación entre ellos a partir del  $^{210}\text{Pb}$  generado en la serie de desintegración del uranio que está presente en el sedimento. Además, el método desarrollado permitió interpretar las condiciones iniciales propuestas en cada sistema como variantes en los procesos de formación de las capas de sedimento. con respecto al modelo se obtuvieron las siguientes conclusiones:

1. El modelo desarrollado, al que se le nombró modelo generalizado, es capaz de reproducir los resultados y condiciones de los modelos CIC y CRS. Además, propone modelar el perfil de suelo separando las condiciones iniciales y la escala temporal.
2. El modelo propuesto mostró la capacidad de reproducir los modelos CIC y CRS, tratando como sistemas con distintas condiciones iniciales. De esta manera, se realizó la comparación de datos entre los modelos utilizados.
3. Los datos analizado utilizando un ajuste lineal estuvieron en buena medida dentro del rango de predicción de los modelos. El procedimiento seguido en el análisis de datos permite ajustes de grado superior, pero está condicionado a dar mayor interpretación a las variaciones en la densidad y tasa de deposición de material que muestre el sistema.

## 6.2 Recomendaciones

Para trabajos futuros en esta área de investigación, se dan las siguientes recomendaciones:

1. Se recomienda utilizar detectores de germanio hiperpuro con una geometría de pozo, debido a que muestran mayor eficiencia para el rango de energía donde se encuentra el fotopico de emisión gama de  $^{210}\text{Pb}$ . Esto disminuirá la incertidumbre en el cálculo de fechado y el cálculo de tasa de acumulación de masa que se determinan con los modelos.
2. Se recomienda comparar los métodos de extracción de sedimento utilizados con métodos de extracción de núcleos de sedimento. Debido a que los modelos de acumulación de masa utilizan información propia del área del nucleador, aunque esta información también se extrae de manera equivalente a partir de la densidad y profundidad del sedimento; este segundo método debe contrastarse para comprobar la precisión entre los modelos MAR y SAR.
3. Realizar pruebas de empate entre otros modelos que permitan mezcla de sedimento, para tener un panorama más amplio del problema. El trabajo realizado solamente se desarrolló en el marco de los modelos que no contemplan mezcla de sedimentos.

4. Probar con el modelo nuevas y distintas condiciones iniciales permitirá conocer el alcance del trabajo propuesto. Lo cual permitiría establecer y desarrollar nuevas formas de análisis comparativos entre modelos del tipo MAR y SAR, así como modelos que contemplen mezcla de sedimentos. Además, explicar condiciones físicas necesarias para interpretar órdenes superiores para la escala temporal.

## Bibliografía

- Abril Hernández, J. M. (2015). Why would we use the Sediment Isotope Tomography (SIT) model to establish a  $(^{210}\text{Pb})$ -based chronology in recent-sediment cores? *Journal of Environmental Radioactivity*, *143*, 40–46. doi: 10.1016/j.jenvrad.2015.02.008
- Abril Hernández, J.-M. (2016, jan). A  $(^{210}\text{Pb})$ -based chronological model for recent sediments with random entries of mass and activities: Model development. *Journal of Environmental Radioactivity*, *151*, 64–74. Descargado de <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0265931X15301120> doi: 10.1016/j.jenvrad.2015.09.018
- Ahmed, S. N. (2007). *Physics and engineering of radiation detection*. Academic Press.
- Appleby, P. (1998). *Dating recent sediments by  $^{210}\text{Pb}$ : problems and solutions* (Inf. Téc.). Finland: Radiation and Nuclear Safety Authority.
- Appleby, P. (2001). Chronostratigraphic techniques in recent sediments. En *Tracking environmental change using lake sediments* (pp. 171–203). Springer.
- Appleby, P., y Piliposian, G. (2004). Efficiency corrections for variable sample height in well-type germanium gamma detectors. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section B: Beam Interactions with Materials and Atoms*, *225*(3), 423–433.
- Appleby, P. G. (2008). Three decades of dating recent sediments by fallout radionuclides: A review. *Holocene*, *18*(1), 83–93. doi: 10.1177/0959683607085598
- Appleby, P. G., y Oldfield, F. (1978, apr). The calculation of lead-210 dates assuming a constant rate of supply of unsupported  $^{210}\text{Pb}$  to the sediment. *CATENA*, *5*(1), 1–8. Descargado de <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0341816278800022> doi: 10.1016/S0341-8162(78)80002-2
- Appleby, P. G., y Oldfieldz, F. (1983, jul). The assessment of  $^{210}\text{Pb}$  data from sites with varying sediment accumulation rates. *Hydrobiologia*, *103*(1), 29–35. Descargado de <http://link.springer.com/10.1007/BF00028424> doi: 10.1007/BF00028424
- Arias-Ortíz, A., Masqué, P., García-Orellana, J., Serrano, O., Mazarrasa, I., Marbá, N., ... Duarte, C. M. (2018). Reviews and syntheses:  $^{210}\text{Pb}$ -derived sediment and carbon accumulation rates in vegetated coastal ecosystems - Setting the record straight. *Biogeosciences*, *15*(22), 6791–6818. doi: 10.5194/bg-15-6791-2018
- Ashok, D., y Thomas, F. (2003). *Introduction to nuclear and particle physics* (2.<sup>a</sup> ed.).

World Scientific.

- Athy, Lawrence F. (1930). Density, Porosity, and Compaction of Sedimentary Rocks. *AAPG Bulletin*, 14(3), 234–244. Descargado de <http://search.datapages.com/data/doi/10.1306/3D93289E-16B1-11D7-8645000102C1865D> doi: 10.1306/3D93289E-16B1-11D7-8645000102C1865D
- Baedecker, P. (1971). Digital methods of photopeak integration in activation analysis. *Analytical Chemistry*, 43(3), 405–410.
- Basdevant, J.-L., Rich, J., y Spiro, M. (2005). *Fundamentals in nuclear physics: From nuclear structure to cosmology*. Springer Science & Business Media.
- Bateman, H. (1910). The solution of a system of differential equations occurring in the theory of radio-active transformations. *Proc. Cambridge Phil. Soc.*, 1908, 15, 423–427.
- Beer, J., McCracken, K., y Steiger, R. (2012). *Cosmogenic radionuclides: theory and applications in the terrestrial and space environments*. Springer Science & Business Media.
- Berger, M. J., Hubbell, J. H., Seltzer, S. M., Coursey, J. S., y Zucker, D. S. (2010). *XCOM: Photon Cross Section Database*. National Institute of Standards and Technology. ([urlhttp://www.nist.gov/xcom](http://www.nist.gov/xcom)) doi: 10.18434/T48G6X
- Bernal, J. P., Beramendi Orosco, L. E., Lugo-Ibarra, K. C., y Daesslé, L. W. (2010). Revisión a algunos geocronómetros radiométricos aplicables al cuaternario. *Boletín de la Sociedad Geológica Mexicana*, 62(3), 305–323.
- Bevington, P. R., y Robinson, D. K. (2003). *Data reduction and error analysis for the physical sciences* (third ed.). McGraw-Hill.
- Blatt, J. M., y Weisskopf, V. F. (1971). *Theoretical nuclear physics*. Springer-Verlag.
- Canberra. (2003). *Germanium detector: User's manual*.
- Carroll, J., y Lerche, I. (2003). *Sedimentary Processes: Quantification using radionuclides* (Vol. 5). Elsevier.
- Celik, I. C., y Kosal, M. (2019). Assessment of environmental radioactivity and health hazard in soil, water, and stone samples in siverek town of sanliurfa province in southeastern turkey. *Procedia Computer Science*, 158, 125–134.
- Cetnar, J. (2006). General solution of bateman equations for nuclear transmutations. *Annals of Nuclear Energy*, 33(7), 640–645.
- Cottingham, W. N., Greenwood, D. A., y Greenwood, D. A. (2001). *An introduction to nuclear physics*. Cambridge University Press.

- Crozaz, G., Picciotto, E., y De Breuck, W. (1964). Antarctic snow chronology with  $\text{Pb}^{210}$ . *Journal of Geophysical Research*, 69(12), 2597–2604.
- Díaz, N. C., y Vargas, M. J. (2008). DETEFF: an improved monte carlo computer program for evaluating the efficiency in coaxial gamma-ray detectors. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, 586(2), 204–210.
- Fano, U. (1947). Ionization yield of radiations. ii. the fluctuations of the number of ions. *Physical Review*, 72(1), 26.
- Ferrer Soria, A. (2006). *Física nuclear y de partículas* (2.<sup>a</sup> ed.). Universitat de València.
- Freeman, J. M., y Jenkin, J. G. (1966). The accurate measurement of the relative efficiency of Ge(Li) gamma-ray detectors in the energy range 500 to 1500 keV. *Nuclear Instruments and Methods*, 43(2), 269–277.
- Ghahramany, N., Gharaati, S., y Ghanaatian, M. (2012). New approach to nuclear binding energy in integrated nuclear model. *Journal of Theoretical and Applied Physics*, 6(1), 3.
- Gilmore, G. (2008). *Practical gamma-ray spectroscopy* (2.<sup>a</sup> ed.). John Wiley & Sons.
- Greiner, W. (2001). *Quantum mechanics: An introduction* (3.<sup>a</sup> ed.). Springer Science & Business Media.
- Greiner, W., y Reinhardt, J. (2008). *Quantum electrodynamics* (2.<sup>a</sup> ed.). Springer Science & Business Media.
- Heitler, W. (1954). *The quantum theory of radiation* (3.<sup>a</sup> ed.). Dover Publication.
- Heyde, K. (2004). *Basic ideas and concepts in nuclear physics: an introductory approach*. Institute of Physics Publishing.
- IAEA - Nuclear Data Service. (2019, Jan). *Live chart of nuclides*. (url <https://www-nds.iaea.org/relnsd/vcharthtml/VChartHTML.html>)
- Jackson, J. D. (1999). *Classical electrodynamics* (3.<sup>a</sup> ed.). John Wiley & Sons.
- Jaworowski, Z. (1982). Natural and man-made radionuclides in the global atmosphere. *IAEA Bulletin*, 24(2), 35–39.
- Jespersen, N. D., Brady, J. E., y Hyslop, A. (2011). *Chemistry: The molecular nature of matter*. Wiley Global Education.
- Kamal, A. (2014). *Nuclear physics*. Springer.
- Knoll, G. F. (2010). *Radiation detection and measurement* (4.<sup>a</sup> ed.). John Wiley & Sons.
- Kokta, L. (1973). Determination of peak area. *Nuclear Instruments and Methods*,

- 112(1-2), 245–251.
- Krane, K. S., y Halliday, D. (1988). *Introductory nuclear physics* (Vol. 465). Wiley New York.
- Krishnaswamy, S., Lal, D., Martin, J., y Meybeck, M. (1971, may). Geochronology of lake sediments. *Earth and Planetary Science Letters*, 11(1-5), 407–414. Descargado de <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/0012821X71902020> doi: 10.1016/0012-821X(71)90202-0
- Laissaoui, A., Benmansour, M., Ziad, N., Ibn Majah, M., Abril, J. M., y Mulsow, S. (2008). Anthropogenic radionuclides in the water column and a sediment core from the Alboran Sea: Application to radiometric dating and reconstruction of historical water column radionuclide concentrations. *Journal of Paleolimnology*, 40(3), 823–833. doi: 10.1007/s10933-008-9201-y
- Leo, W. R. (1994). *Techniques for nuclear and particle physics experiments*. Springer - Verlag.
- Leroy, C., y Rancoita, P.-G. (2011). *Principles of radiation interaction in matter and detection* (2.<sup>a</sup> ed.). World Scientific.
- Mang, H. (1964). Alpha decay. *Annual Review of Nuclear Science*, 14(1), 1–26.
- Martin, B. R. (2008). *Nuclear and particle physics: an introduction* (2.<sup>a</sup> ed.). John Wiley & Sons.
- Masarik, J. (2009). Origin and distribution of radionuclides in the continental environment. *Radioactivity in the environment*, 16, 1–25.
- McNelles, L., y Campbell, J. (1973). Absolute efficiency calibration of coaxial Ge(Li) detectors for the energy range 160–1330 keV. *Nuclear Instruments and Methods*, 109(2), 241–251.
- Mowatt, R. (1969). A semi-empirical efficiency curve for a Ge(Li) detector in the energy range 50 to 1400 keV. *Nuclear Instruments and Methods*, 70(3), 237–244.
- Nave, R. (2000). *Natural radioactive series*. (url <http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbasees/Nuclear/radser.html>)
- Olid, C., Diego, D., García-Orellana, J., Martínez-Cortizas, A., y Klaminder, J. (2016). Modeling the downward transport of <sup>210</sup>Pb in Peatlands: Initial penetration-constant rate of supply (ip-crs) model. *Science of the Total Environment*, 541, 1222–1231.
- Papastefanou, C. (2008). *Radioactive aerosols* (Vol. 12). Elsevier.
- Pehl, R. H., y Goulding, F. S. (1970). Recent observation on the fano factor in germa-

- nium. *Nuclear Instruments and Methods*, 81(2), 329-330.
- Quittner, P. (1969). Peak area determination for ge (li) detector data. *Nuclear Instruments and Methods*, 76(1), 115–124.
- Rink, W., Thompson, J. W., Heaman, L. M., Jull, A., y Paces, J. B. (2015). *Encyclopedia of scientific dating methods*. Springer Reference.
- Robbins, J. A., y Edgington, D. N. (1975). Determination of recent sedimentation rates in Lake Michigan using Pb-210 and Cs-137. *Geochimica et Cosmochimica Acta*, 39(3), 285–304. doi: 10.1016/0016-7037(75)90198-2
- Robbins, J. A., y Herche, L. R. (1993). Models and uncertainty in  $^{210}\text{Pb}$  dating of sediments. *SIL Proceedings, 1922-2010*, 25(1), 217–222. doi: 10.1080/03680770.1992.11900096
- Rosner, B., y Gur, D. (1973). Determination of the efficiency curve of a Ge(Li) detector near the germanium k-edge ( $E = 11.104$  keV). *Nuclear Instruments and Methods*, 111(3), 577–580.
- Segrè, E. (1953). *Radioactive decay experimental nuclear physics vol 3*. New York: Wiley.
- Segrè, E. (1977). *Nuclei and particles: an introduction to nuclear and subnuclear physics* (2.<sup>a</sup> ed.). W.A. Benjamin.
- Sykora, I., y Froehlich, K. (2009). Radionuclides as tracers of atmospheric processes. *Radioactivity in the Environment*, 16, 51–88.
- Sánchez-Cabeza, J.-A., Ani-Ragolta, I., y Masqué, P. (2000). Some considerations of the  $^{210}\text{Pb}$  constant rate of supply (crs) dating model. *Limnology and oceanography*, 45(4), 990–995.
- Sánchez-Cabeza, J.-A., Díaz-Asencio, M., y Ruiz-Fernández, A. C. (2012). *Radiocronología de Sedimentos Costeros Utilizando  $^{210}\text{Pb}$ : Modelos, Validación y Aplicaciones*. IAEA.
- Sánchez-Cabeza, J.-A., y Ruiz-Fernández, A. C. (2012).  $^{210}\text{Pb}$  sediment radiochronology: An integrated formulation and classification of dating models. *Geochimica et Cosmochimica Acta*, 82(April), 183–200. Descargado de <http://dx.doi.org/10.1016/j.gca.2010.12.024> doi: 10.1016/j.gca.2010.12.024
- Takigawa, N., y Washiyama, K. (2017). *Fundamentals of nuclear physics*. Springer.
- Tavernier, S. (2010). *Experimental techniques in nuclear and particle physics*. Springer Science & Business Media.
- Tsoufanidis, N., y Landberger, S. (2015). *Measurement and detection of radiation* (4.<sup>a</sup>

- ed.). CRC press.
- Tykva, R., y Berg, D. (2004). *Man-made and natural radioactivity in environmental pollution and radiochronology*. Springer Science & Business Media.
- Valkovic, V. (2000). *Radioactivity in the environment: Physicochemical aspects and applications*. Elsevier.
- Vargas Arias, K. (2020). *Estimación y distribución espacial de las tasas de erosión y acumulación del suelo mediante el trazador radioisotópico  $^{137}\text{Cs}$  en la cuenca del río San Lorencito, San Ramón, Costa Rica. 2017-2018*. (Tesis de Licenciatura). Escuela de Geografía, San José, Costa Rica.
- Walecka, J. D. (2004). *Theoretical nuclear and subnuclear physics*. World Scientific Publishing Company.
- Walling, D., Collins, A., y Sickingabula, H. (2003). Using unsupported lead-210 measurements to investigate soil erosion and sediment delivery in a small zambian catchment. *Geomorphology*, 52(3-4), 193–213.
- Wong, S. S. M. (2008). *Introductory nuclear physics* (2.<sup>a</sup> ed.). John Wiley & Sons.

# Apéndices

## A Elementos de estadística

### A.1 Distribuciones estadísticas

#### A.1.1 Definiciones básicas

##### Función de distribución

Una función de distribución está definida como  $p(x)$  y la función de distribución se define como una función normalizada:

$$\int_{-\infty}^{\infty} p(x) dx = 1. \quad (\text{A.1})$$

##### Valor esperado de una función

El valor esperado de una función  $f(x)$  se define como:

$$\overline{f(x)} = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)p(x) dx. \quad (\text{A.2})$$

Se define entonces el valor medio o promedio para una función de distribución como:

$$\bar{x} = \int_{-\infty}^{\infty} xp(x) dx. \quad (\text{A.3})$$

##### Varianza y desviación estándar

La desviación estándar es la medida promedio de desviación de los datos reportados con respecto al valor medio de una distribución. La varianza es el cuadrado de la desviación estándar:

$$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \bar{x})^2 p(x) dx = \overline{x^2} - \bar{x}^2. \quad (\text{A.4})$$

#### A.1.2 Distribución binomial

La distribución binomial, se define partir de un evento solitario descrito de forma binaria, es decir, si sucede o no, la probabilidad de ambos casos si está normalizada, es decir, si  $p$  es la probabilidad de éxito y  $q$  la probabilidad de fallo, entonces  $p + q = 1$  (Bevington y Robinson, 2003). Por ejemplo, si se lanza una moneda al aire, esa moneda tiene la misma probabilidad de mostrar cara o cruz, es decir,  $p = q = 0,5$ . Suponga que

se tiene una cantidad de  $n$  eventos diferentes, las opciones posibles son  $2^n$ , si se relaciona la variable  $x$  con el éxito de algún evento, entonces se tiene que la probabilidad de éxito del evento es:

$$p_B(x) = \frac{n!}{x!(n-x)!} p^x (1-p)^{n-x}. \quad (\text{A.5})$$

De ahí, se define el valor medio como el valor;

$$\bar{x} = \sum_{x=0}^n x \frac{n!}{x!(n-x)!} p^x (1-p)^{n-x} = np. \quad (\text{A.6})$$

Por otro lado la varianza de la distribución binomial se define como:

$$\sigma^2 = \sum_{x=0}^n (x^2 - \bar{x}^2) \frac{n!}{x!(n-x)!} p^x (1-p)^{n-x} = np(1-p). \quad (\text{A.7})$$

### A.1.3 Distribución normal o gaussiana

La distribución gaussiana es la aproximación de la distribución binomial cuando  $n \rightarrow \infty$  (Bevington y Robinson, 2003). La distribución se define como:

$$p_G(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{1}{2}\left[\frac{x-\mu}{\sigma}\right]^2\right). \quad (\text{A.8})$$

Donde  $\mu$  y  $\sigma$  son números reales.

El valor esperado de  $x$  se define como:

$$\bar{x} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{1}{2}\left[\frac{x-\mu}{\sigma}\right]^2\right) x \, dx = \mu. \quad (\text{A.9})$$

Por otro lado, la desviación estándar de la distribución gaussiana se define como:

$$\overline{x^2} - \bar{x}^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{1}{2}\left[\frac{x-\mu}{\sigma}\right]^2\right) (x - \bar{x})^2 \, dx = \sigma^2. \quad (\text{A.10})$$

### A.1.4 Distribución de Poisson

La distribución de Poisson se deriva de la distribución binomial (Bevington y Robinson, 2003), pero considerando los siguientes casos:

- El número de eventos es mucho mayor que el valor medio de la medición  $n \rightarrow \infty$ .

- La probabilidad del evento  $p$  es muy pequeña  $p \rightarrow 0$ .

Considerando esas dos condiciones, la distribución de Poisson tiene la siguiente forma:

$$P_P(x, \mu) = \frac{\mu^x}{x!} e^{-\mu}. \quad (\text{A.11})$$

El valor esperado de una distribución de Poisson está definido como:

$$\bar{x} = \int_0^{\infty} \frac{\mu^x}{x!} e^{-\mu} x \, dx = \mu. \quad (\text{A.12})$$

El cálculo de la varianza para la distribución de Poisson está definido como:

$$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\mu^x}{x!} e^{-\mu} (x - \bar{x})^2 \, dx = \mu. \quad (\text{A.13})$$

El caso de la distribución de Poisson, la varianza y el valor esperado es el mismo valor.

## A.2 Suavizado de datos por media móvil

El método de media móvil se define como el valor promedio entre dos o más datos utilizando el peso de cada valor. El peso de cada dato en el cálculo de la media móvil corresponde al cuadrado de la incertidumbre correspondiente a cada dato. En muchos casos, se desaconseja el uso del método de suavizado de datos, dependiendo de la rigurosidad del análisis, pero el uso de las herramientas de suavizado son aceptables siempre que se requiera eliminar las fluctuaciones en los datos (Bevington y Robinson, 2003).

El suavizado de datos por media móvil se define como:

$$\bar{x}_i = \frac{\sum_{m=0}^n \frac{x_{i+m}}{\sigma_{i+m}^2}}{\sum_{m=0}^n \frac{1}{\sigma_{i+m}^2}}, \quad \text{valor medio.} \quad (\text{A.14})$$

$$\sigma_{\bar{x}_i} = \sqrt{\frac{1}{n \sum_{m=0}^n \frac{1}{\sigma_{i+m}^2}}}, \quad \text{incertidumbre del valor medio.}$$

$m$  es el número de datos a utilizar para realizar el suavizado, es importante notar que este método, por su naturaleza, siempre va a tener una muestra de  $n - m + 1$  datos

medios, es decir, si una muestra tiene 10 datos, y se realiza la media móvil considerando 3 valores, la muestra de datos suavizados nueva será de 8 y no de 10.

El caso específico utilizado en la investigación con  $n = 2$ , por lo tanto se tienen las siguientes ecuaciones:

$$\bar{x}_i = \frac{\frac{x_i}{\sigma_i^2} + \frac{x_{i+1}}{\sigma_{i+1}^2}}{\frac{1}{\sigma_i^2} + \frac{1}{\sigma_{i+1}^2}}, \quad \text{valor medio.} \quad (\text{A.15})$$

$$\sigma_{\bar{x}_i} = \sqrt{\frac{1}{\frac{1}{\sigma_i^2} + \frac{1}{\sigma_{i+1}^2}}}, \quad \text{incertidumbre del valor medio.}$$

### A.3 Método de máxima semejanza, mínimos cuadrados, curvas de ajustes.

El ajuste de mínimos cuadrados es un método de ajuste de relación entre datos medidos que tienen una distribución estadística (Bevington y Robinson, 2003). El método de mínimos cuadrados utiliza el método de máxima semejanza o similitud para establecer la relación entre los datos.

#### A.3.1 Características del método de máxima semejanza

El método de máxima semejanza establece la relación de probabilidad para cada experimento medido de la forma:

$$L = \prod_{i=1}^N f(\vec{x}_i, \vec{\lambda}). \quad (\text{A.16})$$

Donde  $\vec{x}_i = x_1^i, \dots, x_n^i$  es el juego de datos medidos en el experimento  $i$ , por otro lado  $\vec{\lambda} = \lambda_1, \dots, \lambda_n$  es el conjunto de parámetros de ajuste de los datos medidos. En todo el método de máxima similitud que exige que:

$$\frac{\partial}{\partial \lambda_i} \ln L = \prod_{i=1}^N \frac{1}{f(\vec{x}^i, \vec{\lambda})} \frac{\partial}{\partial \lambda_i} f(\vec{x}_i, \vec{\lambda}) = 0. \quad (\text{A.17})$$

para cada uno de los parámetros se exige que sea un mínimo. Entonces para probar el método de máxima similitud, se utiliza alguna de las distribuciones descritas anteriormente. El método de máxima similitud es una justificación del método de mínimos cuadrados.

### A.3.2 Descripción del método de mínimos cuadrados

El método de mínimos cuadrados es un cálculo de ajuste de datos, que se basa en la distribución de un juego de datos, particularmente el método sugiere que los datos muestren una distribución gaussiana, por lo que la función de máxima similitud para una variable  $y$  está dada como:

$$L = \prod_{j=1}^N \left( \frac{1}{\sigma_{x_j} \sqrt{2\pi}} \right) \left( \frac{1}{\sigma_{y_j} \sqrt{2\pi}} \right) \exp \left( \frac{1}{2} \left[ \sum_{j=1}^N \left( \frac{x_j - \bar{x}_j}{\sigma_{x_j}} \right)^2 + \sum_{j=1}^N \left( \frac{y_j - \bar{y}_j(\bar{x}_j; \vec{\lambda})}{\sigma_{y_j}} \right)^2 \right] \right). \quad (\text{A.18})$$

donde  $\bar{x}$  es el valor medio para los datos en  $x$  y  $\bar{y}$  es la función de ajuste de los datos, la varianza de los datos está definida como  $\sigma_{x_j}^2$  y  $\sigma_{y_j}^2$ .

En este caso la función de máxima similitud se puede reescribir para que este determinado únicamente por la función de como:

$$L = \prod_{j=1}^N \left( \frac{1}{\sigma_{x_j} \sqrt{2\pi}} \right) \left( \frac{1}{\sigma_{y_j} \sqrt{2\pi}} \right) \exp \left( \frac{1}{2} \sum_{j=1}^N \left( \frac{y_j - \bar{y}(\bar{x}_j; \vec{\lambda})}{\delta_j} \right)^2 \right). \quad (\text{A.19})$$

Donde  $\delta_j^2 = \sigma_{y_j}^2 + \frac{\partial \bar{y}}{\partial \bar{x}_j} \sigma_{x_j}^2$  se le conoce como varianza efectiva.

El método de mínimos cuadrados consiste en minimizar el argumento de la función de máxima similitud, con respecto a los parámetros  $\lambda_i$  de ajuste, y con eso encontrar los valores de  $\lambda$  que se ajustan a los datos medidos:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \lambda_1} \sum_{j=1}^N \left( \frac{y_j - \bar{y}(\bar{x}_j; \vec{\lambda})}{\delta_j} \right)^2 &= 0, \\ &\vdots \\ \frac{\partial}{\partial \lambda_i} \sum_{j=1}^N \left( \frac{y_j - \bar{y}(\bar{x}_j; \vec{\lambda})}{\delta_j} \right)^2 &= 0 \text{ y} \\ &\vdots \\ \frac{\partial}{\partial \lambda_{N-1}} \sum_{j=1}^N \left( \frac{y_j - \bar{y}(\bar{x}_j; \vec{\lambda})}{\delta_j} \right)^2 &= 0. \end{aligned} \quad (\text{A.20})$$

Se resuelven las  $N - 1$  ecuaciones asociadas y se obtienen los valores de la curva de

ajuste. Es importante resaltar que las ecuaciones por resolver son altamente no lineales, por lo que el sistema puede ser resuelto por métodos iterativos.

### A.3.2.1 Ajuste lineal para el método de mínimos cuadrados, con barras de error diferentes en el eje $y$

En este caso en específico, se designan las siguientes características para ajustar un conjunto de datos con una recta de mejor ajuste. Se establecen las siguientes condiciones:

- La ecuación de ajuste que se establece es una línea recta:

$$\bar{y} = ax + b. \quad (\text{A.21})$$

- La barra de error del eje  $x$  es la misma para todos los datos:

$$\sigma_{x_1} = \sigma_{x_2} = \dots = \sigma_{x_N} = \sigma. \quad (\text{A.22})$$

- La varianza efectiva de los datos se define como:

$$\delta_i = \sigma_{y_i} = \sigma_i. \quad (\text{A.23})$$

Se establecen, entonces, las siguientes ecuaciones para encontrar los valores de que ajustan a los datos:

$$\frac{\partial}{\partial a} \sum_{j=1}^N \left( \frac{y_j - ax_j - b}{\sigma_{y_j}} \right)^2 = 0 \text{ y} \quad (\text{A.24})$$

$$\frac{\partial}{\partial b} \sum_{j=1}^N \left( \frac{y_j - ax_j - b}{\sigma_{y_j}} \right)^2 = 0.$$

De ahí se tiene que los valores de los parámetros  $a$  y  $b$  al resolver el sistema de

ecuaciones anterior, se obtiene que:

$$\begin{aligned}
 a &= \frac{1}{\Delta} \left( \sum_{i=1}^N \frac{1}{\sigma_i^2} \sum_{i=1}^N \frac{x_i y_i}{\sigma_i^2} - \sum_{i=1}^N \frac{x_i^2}{\sigma_i^2} \sum_{i=1}^N \frac{y_i}{\sigma_i^2} \right), \\
 b &= \frac{1}{\Delta} \left( \sum_{i=1}^N \frac{x_i^2}{\sigma_i^2} \sum_{i=1}^N \frac{y_i}{\sigma_i^2} - \sum_{i=1}^N \frac{x_i^2}{\sigma_i^2} \sum_{i=1}^N \frac{x_i y_i}{\sigma_i^2} \right), \\
 \Delta &= \sum_{i=1}^N \frac{1}{\sigma_i^2} \sum_{i=1}^N \frac{x_i^2}{\sigma_i^2} - \left( \sum_{i=1}^N \frac{x_i^2}{\sigma_i^2} \right)^2.
 \end{aligned} \tag{A.25}$$

Los resultados obtenidos tienen también una incertidumbre asociada, los cuales están definidos como:

$$\begin{aligned}
 u_a^2 &= \frac{1}{\Delta} \sum_{i=1}^N \frac{1}{\sigma_i^2}, \\
 u_b^2 &= \frac{1}{\Delta} \sum_{i=1}^N \frac{x_i^2}{\sigma_i^2}.
 \end{aligned} \tag{A.26}$$

## B Espectros de emisión gamma de las muestras de suelo sedimentario obtenido de la Reserva Alberto Manuel Brenes, San Ramón

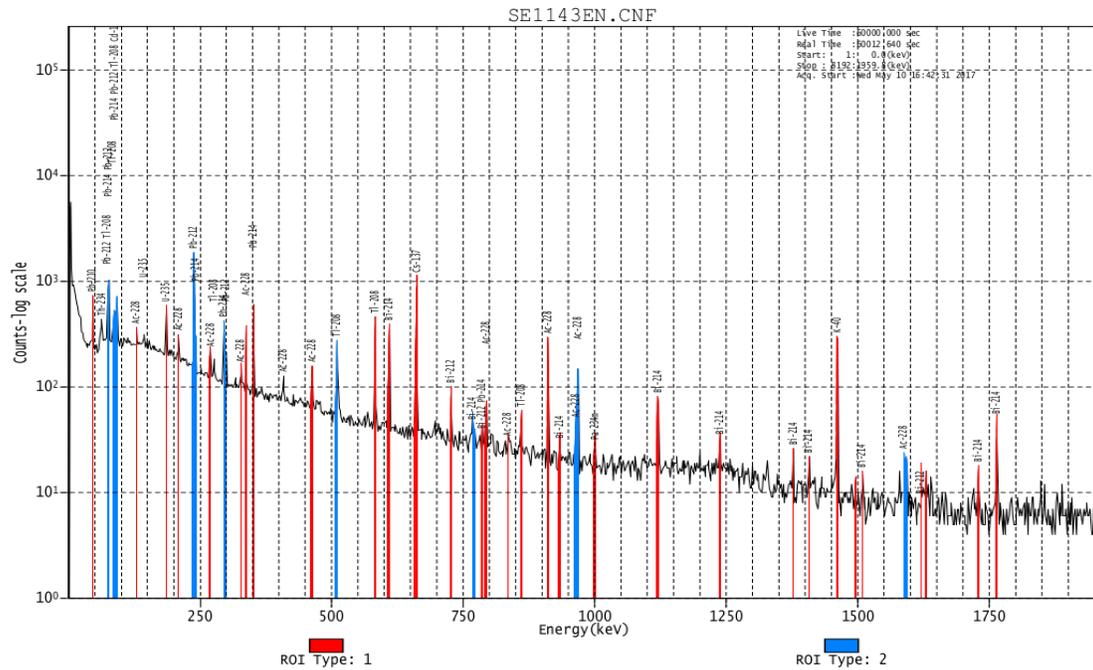


Figura B.1: Espectros de emisión gamma obtenidos para la muestra SE1143EN, con una geometría tipo Marinelli de 500 mL.

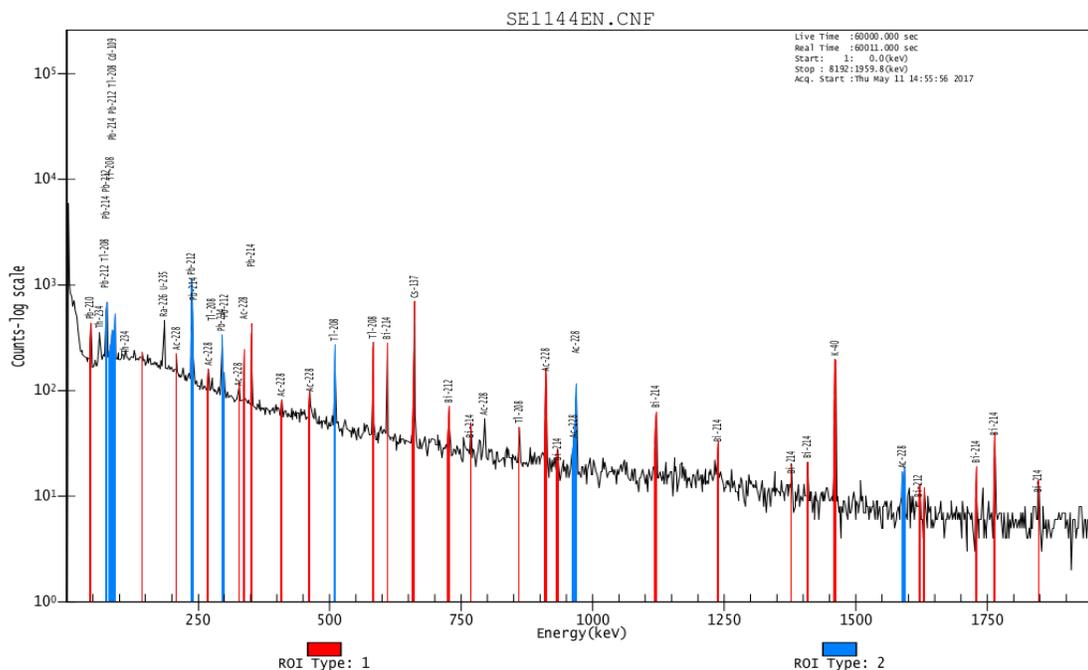


Figura B.2: Espectros de emisión gamma obtenidos para la muestra SE1144EN, con una geometría tipo Marinelli de 200 mL.

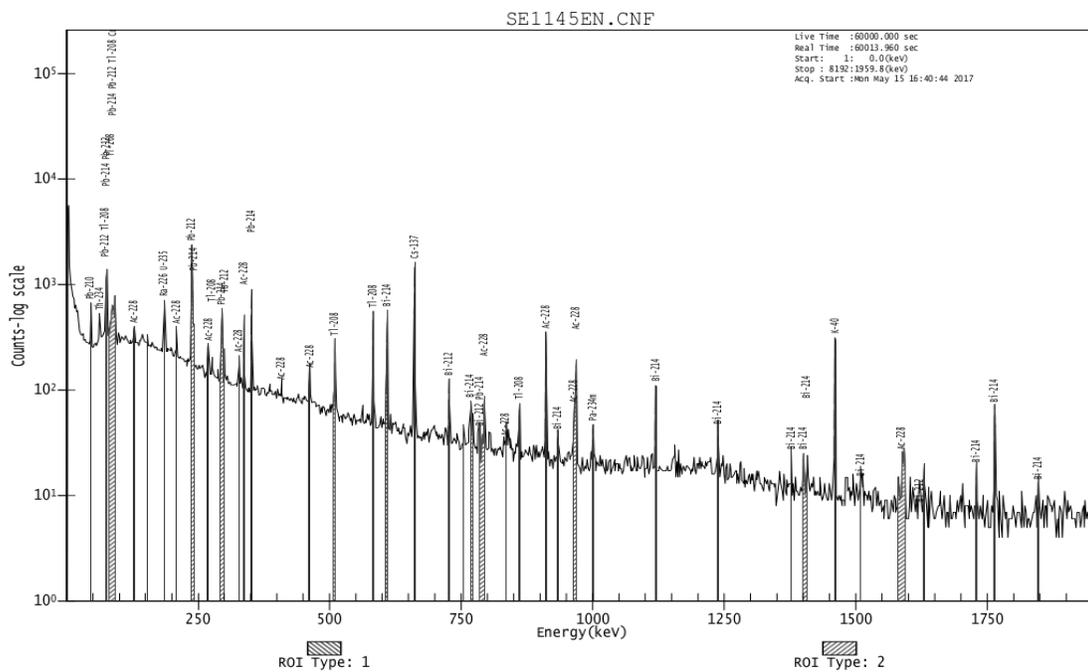


Figura B.3: Espectros de emisión gamma obtenidos para la muestra SE1145EN, con una geometría tipo Marinelli de 500 mL.



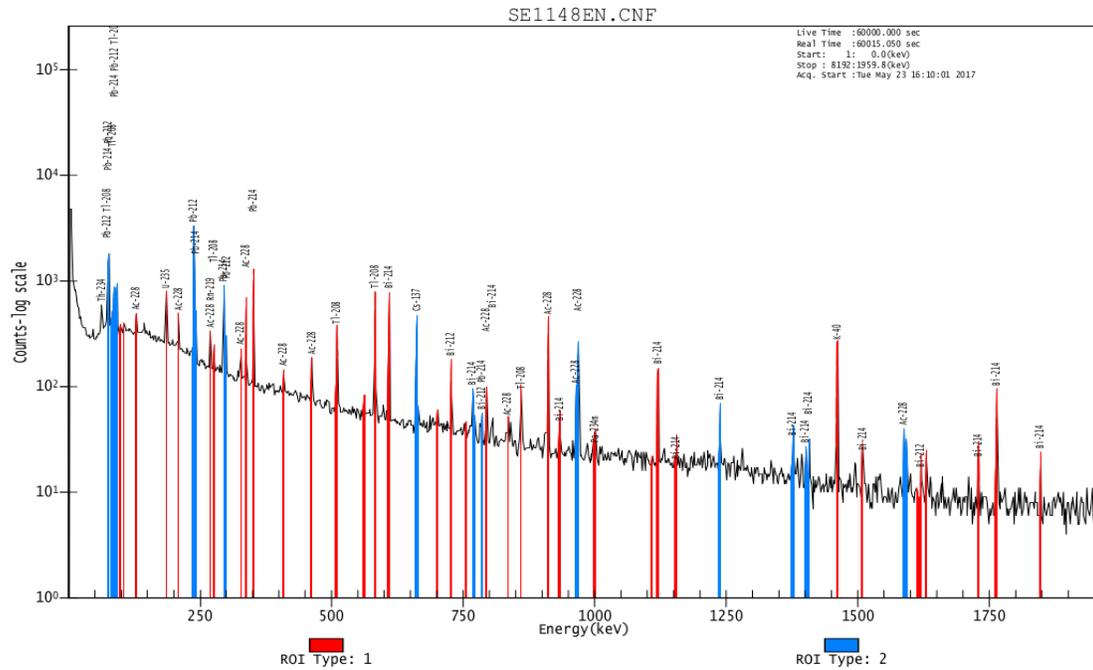


Figura B.6: Espectros de emisión gamma obtenidos para la muestra SE1148EN, con una geometría tipo Marinelli de 500 mL.

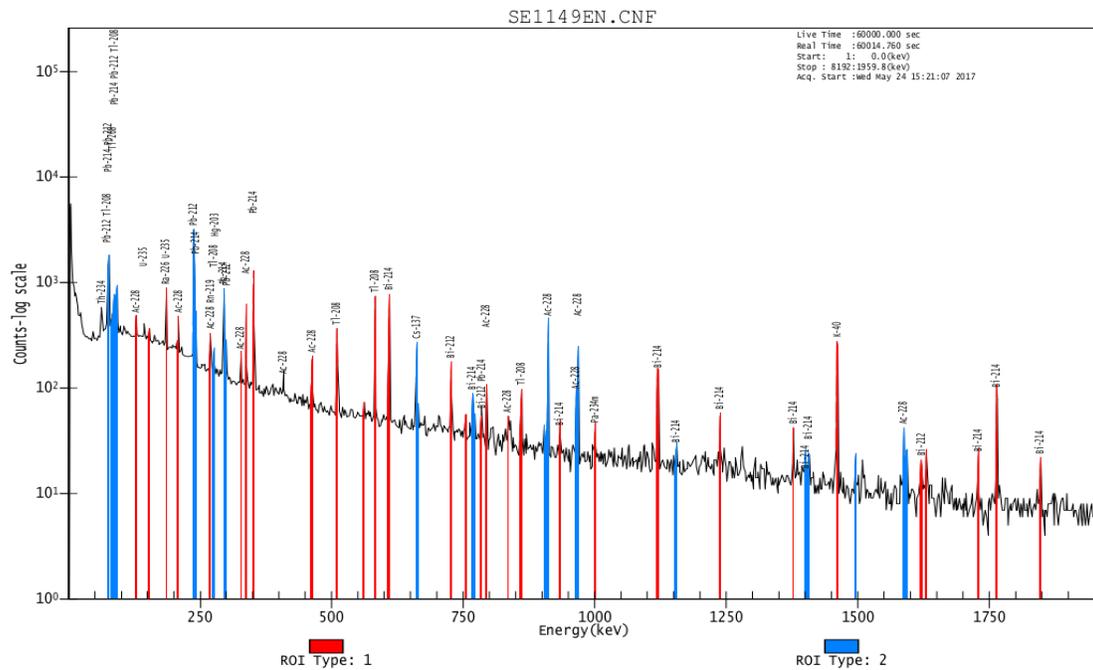


Figura B.7: Espectros de emisión gamma obtenidos para la muestra SE1149EN, con una geometría tipo Marinelli de 500 mL.

## C Algoritmo en WOLFRAM MATHEMATICA 12, para análisis de núcleos de sedimento

### C.1 Lectura de datos

```
data = Import[ ...data_ref_RBSM.dat "];
```

#### C.1.1 Manejo de datos

```
hCs137 =
```

```
Table[{Around[data[[i + 1]][[3]] - data[[i + 1]][[4]],
  data[[i + 1]][[4]]], Around[data[[i + 1]][[5]],
  data[[i + 1]][[6]]]}, {i, 1, 7};
```

```
hPb210 =
```

```
Table[{Around[data[[i + 1]][[3]] - data[[i + 1]][[4]],
  data[[i + 1]][[4]]], Around[data[[i + 1]][[7]],
  data[[i + 1]][[8]]]}, {i, 1, 7};
```

```
hBi214 =
```

```
Table[{Around[data[[i + 1]][[3]] - data[[i + 1]][[4]],
  data[[i + 1]][[4]]], Around[data[[i + 1]][[9]],
  data[[i + 1]][[10]]]}, {i, 1, 7};
```

```
hdensidad =
```

```
Table[{data[[i + 1]][[3]] - data[[i + 1]][[4]],
  data[[i + 1]][[2]]*10^-6}, {i, 1, 7};
```

```
hCs137s =
```

```
Table[{Around[data[[i + 1]][[3]], data[[i + 1]][[4]]],
  Around[(( data[[i + 1]][[5]]/data[[i + 1]][[6]]^2 +
  data[[i + 2]][[5]]/data[[i + 2]][[6]]^2)/
  (1/data[[i + 1]][[6]]^2 + 1/data[[i + 2]][[6]]^2)),
  1/\[Sqrt](1/data[[i + 1]][[6]]^2 +
```

$$1/\text{data}[[i + 2]][[6]]^2]], \{i, 1, 6\}];$$

hPb210s =

$$\text{Table}\{\text{Around}[\text{data}[[i + 1]][[3]], \text{data}[[i + 1]][[4]], \\ \text{Around}[(\text{data}[[i + 1]][[7]]/\text{data}[[i + 1]][[8]]^2 \\ + \text{data}[[i + 2]][[7]]/\text{data}[[i + 2]][[8]]^2)/ \\ (1/\text{data}[[i + 1]][[8]]^2 \\ + 1/\text{data}[[i + 2]][[8]]^2)), \\ 1/\sqrt{(1/\text{data}[[i + 1]][[8]]^2 + \\ 1/\text{data}[[i + 2]][[8]]^2)}], \{i, 1, 6\}];$$

hBi214s =

$$\text{Table}\{\text{Around}[\text{data}[[i + 1]][[3]], \\ \text{data}[[i + 1]][[4]], \text{Around}[(\text{data}[[i + 1]][[9]]/ \\ \text{data}[[i + 1]][[10]]^2 + \\ \text{data}[[i + 2]][[9]]/\text{data}[[i + 2]][[10]]^2)/ \\ (1/\text{data}[[i + 1]][[10]]^2 + 1/\text{data}[[i + 2]][[10]]^2)), \\ 1/\sqrt{(1/\text{data}[[i + 1]][[10]]^2 \\ + 1/\text{data}[[i + 2]][[10]]^2)}], \\ \{i, 1, 6\}];$$

hdensidads =

$$\text{Table}\{\text{data}[[i + 1]][[3]], (\text{data}[[i + 1]][[2]] \\ + \text{data}[[i + 2]][[2]])/2*1.0*10^{-6}\}, \{i, 1, 6\}];$$

### C.1.2 Datos ajustados para la medición del plomo en exceso

hPb210exc =

$$\text{Table}\{\text{Around}[\text{data}[[i + 1]][[3]] - \text{data}[[i + 1]][[4]], \\ \text{data}[[i + 1]][[4]], \text{Around}[\text{data}[[i + 1]][[7]] - \\ \text{data}[[i + 1]][[9]], \\ \sqrt{(\text{data}[[i + 1]][[8]]^2 \\ + \text{data}[[i + 1]][[10]]^2)}], \{i, 1, 7\}];$$

hPb210excS =

```

Table{ { Around[ data[[ i + 1]][[3]] , data[[ i + 1]][[4]] ,
          Around[ (( data[[ i + 1]][[7]] - data[[ i + 1]][[9]]) /
          ( data[[ i + 1]][[8]]^2 + data[[ i + 1]][[10]]^2 ) +
          ( data[[ i + 2]][[7]] - data[[ i + 2]][[9]]) /
          ( data[[ i + 2]][[8]]^2 + data[[ i + 2]][[10]]^2 ) ) /
          ( 1 / ( data[[ i + 1]][[8]]^2 + data[[ i + 1]][[10]]^2 ) +
          1 / ( data[[ i + 2]][[8]]^2 + data[[ i + 2]][[10]]^2 ) ) ,
          1 / \[ Sqrt ] ( 1 / ( data[[ i + 1]][[8]]^2 +
          data[[ i + 1]][[10]]^2 ) + 1 / ( data[[ i + 2]][[8]]^2
          + data[[ i + 2]][[10]]^2 ) ) ) } , { i , 1 , 6 } ];

```

A210Pbexc =

```

Table{ { data[[ i + 1]][[3]] - data[[ i + 1]][[4]] ,
          Sum[ (3) * data[[ j + 1]][[2]] * (1.0 * 10^-6) *
          ( data[[ j + 1]][[7]] - data[[ j + 1]][[9]] ) ,
          { j , i , 7 } ] } , { i , 1 , 7 } ];

```

errorPb210crs =

```

Table[ \[ Sqrt ] ( Sum[ ( (3) * data[[ j + 1]][[2]] * (1.0 * 10^-6) *
          ( data[[ j + 1]][[7]] - data[[ j + 1]][[9]] ) )^2
          ( ( (0.1 / data[[ j + 1]][[2]] )^2
          + ( ( data[[ j + 1]][[8]]^2 + data[[ j + 1]][[10]]^2 ) /
          ( data[[ j + 1]][[7]] - data[[ j + 1]][[9]] )^2 ) +
          ( 1.5 / 3 )^2 ) ) , { j , i , 7 } ] ) , { i , 1 , 7 } ];

```

## C.2 Modelo CIC con los datos suavizados

### C.2.1 Linealización de los datos para el modelo CIC

lnA210Pbexcs =

```

Table{ { data[[ i + 1]][[3]] ,
          Log[ ( ( data[[ i + 1]][[7]] / data[[ i + 1]][[8]]^2 +
          data[[ i + 2]][[7]] / data[[ i + 2]][[8]]^2 ) /
          ( 1 / data[[ i + 1]][[8]]^2 + 1 / data[[ i + 2]][[8]]^2 ) )
          - ( ( data[[ i + 1]][[9]] / data[[ i + 1]][[10]]^2 +

```

```

data[[i + 2]][[9]]/data[[i + 2]][[10]]^2)/
(1/data[[i + 1]][[10]]^2 +
  1/data[[i + 2]][[10]]^2))},
{i, 1, 6}];

```

```
errorPb210s =
```

```

Table[\[Sqrt]((1/\[Sqrt](1/data[[i + 1]][[8]]^2
+ 1/data[[i + 2]][[8]]^2))^2 + (1/\[Sqrt]
(1/data[[i + 1]][[10]]^2 +
1/data[[i + 2]][[10]]^2))^2)/
(((data[[i + 1]][[7]]/data[[i + 1]][[8]]^2 +
data[[i + 2]][[7]]/data[[i + 2]][[8]]^2)/
(1/data[[i + 1]][[8]]^2 +
1/data[[i + 2]][[8]]^2)) -
((data[[i + 1]][[9]]/data[[i + 1]][[10]]^2
+ data[[i + 2]][[9]]/data[[i + 2]][[10]]^2)/
(1/data[[i + 1]][[10]]^2 + 1/data[[i + 2]][[10]]^2))),
{i, 1, 6}];

```

## C.2.2 Ajuste por el método de mínimos cuadrados

```
cicmodfits =
```

```

NonlinearModelFit[lnA210Pbexcs, a*x + b, {a, b}, x, Weights ->
1/errorPb210s^2, VarianceEstimatorFunction -> (1 &)];

```

## C.2.3 Resultados del modelo

```
mcics = a /. cicmodfits["BestFitParameters"][[1]];

```

```
errmcics = cicmodfits["ParameterErrors"][[1]];

```

```
bcics = b /. cicmodfits["BestFitParameters"][[2]];

```

```
errbcics = cicmodfits["ParameterErrors"][[2]];

```

```

tcics =
  Table[{data[[i + 1]][[3]], - 22.3/Log[2]* (mcics)*
        data[[i + 1]][[3]]}, {i, 1, 6}];

ciccrons =
  Table[{data[[i + 1]][[3]], 2017 + 22.3/Log[2]* mcics*
        data[[i + 1]][[3]]}, {i, 1, 6}];

errorcicts =
  Table[Abs[22.3/Log[2]* mcics*data[[i + 1]][[3]]]
        \[Sqrt]((errmcics/mcics)^2 + (data[[i + 1]][[4]]/
        data[[i + 1]][[3]])^2), {i, 1, 6}];

rcics =
  Table[{data[[i + 1]][[3]],
        Around[(Log[2]*hdensidads[[i]][[2]])/
        (-mcics*22.3)*10000,
        (Log[2]*hdensidads[[i]][[2]]*10000)/
        (-mcics*22.3) \[Sqrt](((0.1*10^-6*\[Sqrt](2))/
        hdensidads[[i]][[2]])^2 + (errmcics/mcics)^2)}],
        {i, 1, 6}];

conscic =
  Table[{Around[data[[i + 1]][[3]], data[[i + 1]][[4]]],
        Around[Exp[bcics]*Exp[mcics*data[[i + 1]][[3]]],
        Exp[bcics]*Exp[mcics*data[[i + 1]][[3]]]
        \[Sqrt]((errbcics)^2 + (data[[i + 1]][[3]]*
        errmcics)^2 + (mcics*data[[i + 1]][[4]])^2)}],
        {i, 1, 6}];

```

### C.3 Modelo CIC

#### C.3.1 Linealización de los datos para el modelo CIC

lnA210Pbexc =

```

Table{data[[i + 1]][[3]] - data[[i + 1]][[4]],
        Log[(data[[i + 1]][[7]] - data[[i + 1]][[9]])],
        {i, 1, 7}];

```

```
errorPb210 =
```

```

Table[\[Sqrt]((data[[i + 1]][[8]]^2 (data[[i + 1]][[10]]^2)/
             (data[[i + 1]][[7]] - data[[i + 1]][[9]]), {i, 1, 7}];

```

### C.3.2 Ajustes por el método de mínimos cuadrados

```
cicmodfit =
```

```

NonlinearModelFit[lnA210Pbexc, a*x + b, {a, b}, x,
Weights -> 1/errorPb210^2, VarianceEstimatorFunction -> (1 &)];

```

### C.3.3 Resultados del modelo

```
mcic = a /. cicmodfit["BestFitParameters"][[1]];

```

```
errmcic = cicmodfit["ParameterErrors"][[1]];

```

```
bcic = b /. cicmodfit["BestFitParameters"][[2]];

```

```
errbcic = cicmodfit["ParameterErrors"][[2]];

```

```
tcic =
```

```

Table{(data[[i + 1]][[3]] - data[[i + 1]][[4]]),
        - 22.3/Log[2]* mcic*
        (data[[i + 1]][[3]] - data[[i + 1]][[4]])},
        {i, 1, 7}];

```

```
ciccron =
```

```

Table{data[[i + 1]][[3]] - data[[i + 1]][[4]],
        2017 + 22.3/Log[2]* mcic*(data[[i + 1]][[3]]
        - data[[i + 1]][[4]])}, {i, 1, 7}];

```

```
cronciop = Table[ cicron[[i]][[2]], {i, 1, 7}];
```

```
errorciot =
```

```
Table[Abs[22.3/Log[2]* mcic*(data[[i + 1]][[3]]
- data[[i + 1]][[4]])\[\b>Sqrt(((errmcic/mcic)^2
+ ((2*data[[i + 1]][[4]]^2)/(data[[i + 1]][[3]]
- data[[i + 1]][[4]]^2))], {i, 1, 7}];
```

```
rcic =
```

```
Table[{data[[i + 1]][[3]] - data[[i + 1]][[4]],
Around[(Log[2] * hdensidad[[i]][[2]])/(-mcic*22.3)*10000,
(Log[2]*hdensidad[[i]][[2]]*10000)/
(-mcic*22.3)
\[\b>Sqrt(((0.1*10^-6)/hdensidad[[i]][[2]])^2
+ (errmcic/mcic)^2)]}, {i, 1, 7}];
```

```
concioc =
```

```
Table[{Around[data[[i + 1]][[3]] - data[[i + 1]][[4]],
data[[i + 1]][[4]], Around[Exp[bcic]*
Exp[mcic*(data[[i + 1]][[3]] - data[[i + 1]][[4]])],
Exp[bcic]*Exp[mcic*(data[[i + 1]][[3]] -
data[[i + 1]][[4]])] \[\b>Sqrt(((errbcic)^2
+ ((data[[i + 1]][[3]] -
data[[i + 1]][[4]]) * errmcic)^2 +
(mcic * data[[i + 1]][[4]]^2)))]}, {i, 1, 7}];
```

## C.4 Modelo de CRS suavizado

### C.4.1 Transformación CRS con los datos suavizado

```
A210Pbexcs =
```

```
Table[{data[[i + 1]][[3]], (A210Pbexc[[i]][[2]]/
errorPb210crs[[i]]^2 + A210Pbexc[[i + 1]][[2]]/
errorPb210crs[[i + 1]]^2)/
(1/errorPb210crs[[i]]^2 + 1/errorPb210crs[[i + 1]]^2)},
```

```
{i, 1, 6}];
```

```
errorPb210crss =
  Table[1/\[Sqrt](1/errorPb210crs[[i]]^2 +
    1/errorPb210crs[[i+1]]^2),{i, 1, 6}];
```

#### C.4.2 Linealización de los datos transformados

```
linA210Pbexcs =
  Table[{(data[[i+1]][[3]] - data[[i+1]][[4]]),
    Log[A210Pbexcs[[i]][[2]]]}, {i, 1, 6}];
```

```
linerrorPb210crss =
  Table[errorPb210crss[[i]]/A210Pbexcs[[i]][[2]], {i, 1, 6}];
```

```
crsmodfits =
  NonlinearModelFit[linA210Pbexcs, sa1*x + sb1, {sa1, sb1}, x,
    Weights -> 1/linerrorPb210crss^2,
    VarianceEstimatorFunction -> (1 &)];
```

#### C.4.3 Resultados del modelo

```
mcrss = sa1 /. crsmodfits["BestFitParameters"];
```

```
bcrrs = sb1 /. crsmodfits["BestFitParameters"];
```

```
errmcrss = crsmodfits["ParameterErrors"][[1]];

```

```
errbcrrs = crsmodfits["ParameterErrors"][[2]];

```

```
stcrs =
  Table[{data[[i+1]][[3]], -22.3/Log[2]*
    mcrss*(data[[i+1]][[3]])},
    {i, 1, 6}];
```

```

crscrons =
  Table[{data[[i + 1]][[3]], 2017 + 22.3/Log[2]*mcrrs *
    (data[[i + 1]][[3]])}, {i, 1, 6}];

errorcrsts =
  Table[Abs[22.3/Log[2]*mcrrs*
    data[[i + 1]][[3]] \[Sqrt]((errmcrrs/mcrrs)^2 +
    (data[[i + 1]][[4]]/data[[i + 1]][[3]])^2),
    {i, 1, 6}];

rscrs =
  Table[{data[[i + 1]][[3]], Around[(Log[2]*
    hdensidads[[i]][[2]])/(-mcrrs*22.3)*10000,
    (Log[2]*hdensidads[[i]][[2]]*10000)/
    (-mcrrs*22.3) \[Sqrt](((0.1*10^-6*\[Sqrt](2))/
    hdensidads[[i]][[2]])^2 + (errmcrrs/ mcrrs)^2)]},
    {i, 1, 6}];

conscrs =
  Table[{Around[data[[i + 1]][[3]], data[[i + 1]][[4]],
    Around[(-mcrrs*Exp[bcrrs])/hdensidads[[i]][[2]]*
    Exp[mcrrs*data[[i + 1]][[3]]], (-mcrrs*Exp[bcrrs])/
    hdensidads[[i]][[2]] * Exp[mcrrs * data[[i + 1]][[3]]]
    \[Sqrt]((1/mcrrs + data[[i + 1]][[3]])^2 errmcrrs^2 +
    (errbcrrs)^2 + ((0.1*1.0*10^-6 \[Sqrt](2))/
    hdensidads[[i]][[2]])^2)]}, {i, 1, 6}];

```

## C.5 Modelo CRS

### C.5.1 Transformación lineal del modelo CRS

```

linA210Pbexc =
  Table[{(data[[i + 1]][[3]] - data[[i + 1]][[4]]),
    Log[A210Pbexc[[i]][[2]]]}, {i, 1, 7}];

```

```

linerrorPb210crs =
    Table[errorPb210crs [[ i ]]/A210Pbexc [[ i ]][[2]], {i, 1, 7}];

crsmodfit =
    NonlinearModelFit[linA210Pbexc, a1*x + b1, {a1, b1}, x,
        Weights -> 1/linerrorPb210crs^2,
        VarianceEstimatorFunction -> (1 &)];

```

### C.5.2 Resultados del modelo

```

mcrs = a1 /. crsmodfit["BestFitParameters"];

bcrs = b1 /. crsmodfit["BestFitParameters"];

errbcrs = crsmodfit["ParameterErrors"][[2]];

errmcrs = crsmodfit["ParameterErrors"][[1]];

tcrs =
    Table[{data [[ i + 1 ]][[3]] -
        data [[ i + 1 ]][[4]], -22.3/Log[2]* mcrs
        *(data [[ i + 1 ]][[3]] - data [[ i + 1 ]][[4]])},
        {i, 1, 7}];

crsron =
    Table[{data [[ i + 1 ]][[3]] - data [[ i + 1 ]][[4]], 2017 +
        22.3/Log[2]* mcrs *(data [[ i + 1 ]][[3]]
        - data [[ i + 1 ]][[4]])}, {i, 1, 7}];

errorcrst =
    Table[Abs[22.3/Log[2]* mcrs *
        (data [[ i + 1 ]][[3]] - data [[ i + 1 ]][[4]])]
        \[Sqrt]((errmcrs/mcrs)^2 + 2*(data [[ i + 1 ]][[4]]/
        (data [[ i + 1 ]][[3]] - data [[ i + 1 ]][[4]]))^2),
        {i, 1, 7}];

```

rcrs =

```

Table{ { data [[ i + 1 ]][[ 3 ]] - data [[ i + 1 ]][[ 4 ]],
  Around [ ( Log[ 2 ] * hdensidad [[ i ]][[ 2 ]]) /
  (-mcrs * 22.3) * 10000,
  ( Log[ 2 ] * hdensidad [[ i ]][[ 2 ]] * 10000) /
  (-mcrs * 22.3) \ Sqrt [ (( 0.1 * 10 ^ -6 * \ Sqrt [ 2 ] ) /
  hdensidad [[ i ]][[ 2 ]]) ^ 2
  + (errmcrs / mcrs) ^ 2 ) ] } , { i , 1 , 7 }];

```

concrs =

```

Table{ { Around [ data [[ i + 1 ]][[ 3 ]] - data [[ i + 1 ]][[ 4 ]],
  data [[ i + 1 ]][[ 4 ]], Around [ (-mcrs * Exp [ bcrs ]) /
  hdensidad [[ i ]][[ 2 ]] * Exp [ mcrs * ( data [[ i + 1 ]][[ 3 ]]
  - data [[ i + 1 ]][[ 4 ]]) ] ,
  (-mcrs * Exp [ bcrs ]) / hdensidad [[ i ]][[ 2 ]] *
  Exp [ mcrs * ( data [[ i + 1 ]][[ 3 ]] - data [[ i + 1 ]][[ 4 ]]) ]
  * \ Sqrt [ ( ( 1 / mcrs + ( data [[ i + 1 ]][[ 3 ]] -
  data [[ i + 1 ]][[ 4 ]]) ) ^ 2 errmcrs ^ 2 + (errbcrs) ^ 2 +
  ( ( 0.1 * 10 ^ -6 ) / hdensidad [[ i ]][[ 2 ]]) ^ 2 ) ] } ,
  { i , 1 , 7 }];

```

## D Información sobre las series de desintegración natural

En este apéndice se muestra información sobre las series de desintegración natural obtenidas del servicio de datos del Organismo Internacional de Energía Atómica. Las series reciben el nombre  $4n$ ,  $4n + 1$ ,  $4n + 2$  y  $4n + 3$ , donde  $n$  es un número entero, la razón se debe al número másico de los radionucleidos en cada una de las series cumple las sucesiones anteriormente descritas.

### D.1 Serie del torio ( $^{232}\text{Th}$ , $4n$ )

Tabla D.1: Serie del torio ( $^{232}\text{Th}$   $4n$ ).

| Nucleido                | Semivida                           | Desintegración $\alpha$ |                  | Desintegración $\beta$ |                  |
|-------------------------|------------------------------------|-------------------------|------------------|------------------------|------------------|
|                         |                                    | Energía (keV)           | Probabilidad (%) | Energía (keV)          | Probabilidad (%) |
| $^{232}\text{U}^*$      | $(68,9 \pm 0,4)$ a                 | $5413,63 \pm 0,09$      | 100              | NA                     | NA               |
| $^{232}\text{Th}^*$     | $(1,40 \pm 0,01) \times 10^{10}$ a | $4081,6 \pm 1,4$        | 100              | NA                     | NA               |
| $^{228}\text{Ra}$       | $(5,75 \pm 0,03)$ a                | NA                      | NA               | $45,5 \pm 0,6$         | 100              |
| $^{228}\text{Ac}^*$     | $(6,15 \pm 0,02)$ h                | NA                      | NA               | $2124 \pm 3$           | 100              |
| $^{***228}\text{Th}^*$  | $(1,9116 \pm 0,0016)$ h            | $5403,481 \pm 0,166$    | 100              | NA                     | NA               |
| $^{224}\text{Ra}^*$     | $(3,6319 \pm 0,0023)$ d            | $5788,92 \pm 0,15$      | 100              | NA                     | NA               |
| $^{220}\text{Rn}^*$     | $(55,6 \pm 0,1)$ s                 | $6404,74 \pm 0,10$      | 100              | NA                     | NA               |
| $^{216}\text{Po}$       | $(0,145 \pm 0,002)$ s              | $6906,3 \pm 0,5$        | 100              | NA                     | NA               |
| $^{212}\text{Pb}^*$     | $(10,64 \pm 0,01)$ h               | $569,1 \pm 1,8$         | 100              | NA                     | NA               |
| $^{212}\text{Bi}^*$     | $(60,55 \pm 0,06)$ min             | $6207,26 \pm 0,03$      | $35,94 \pm 0,06$ | $2251,5 \pm 1,7$       | $64,06 \pm 0,06$ |
| $^{**208}\text{Tl}^*_e$ | $(3,053 \pm 0,004)$ min            | NA                      | NA               | $4998,5 \pm 1,7$       | 100              |
| $^{**212}\text{Po}_e$   | $(0,299 \pm 0,002)$ $\mu\text{s}$  | $8954,20 \pm 0,11$      | 100              | NA                     | NA               |
| $^{208}\text{Pb}$       | Estable                            |                         |                  |                        |                  |

\* Emisión  $\gamma$  en el proceso de desintegración.

\*\* Hijas de un mismo radionucleido madre.

\*\*\* Hija de dos radionucleidos madre.

<sup>e</sup> El radionucleido se desintegra en un nucleido estable.

<sup>NA</sup> El radionucleido no se desintegra por ese proceso.

Fuente: IAEA - Nuclear Data Service (2019).

## D.2 Serie del neptunio ( $^{237}\text{Np}$ , $4n + 1$ )

Tabla D.2: Serie del neptunio ( $^{237}\text{Np}$   $4n + 1$ ).

| Nucleido                  | Semivida                           | Desintegración $\alpha$ |                    | Desintegración $\beta$ |                  |
|---------------------------|------------------------------------|-------------------------|--------------------|------------------------|------------------|
|                           |                                    | Energía (keV)           | Probabilidad (%)   | Energía (keV)          | Probabilidad (%) |
| $^{237}\text{Np}^*$       | $(2,144 \pm 0,007) \times 10^6$ a  | $4957,3 \pm 0,7$        | 100                | NA                     | NA               |
| $^{233}\text{Pa}^*$       | $(26,975 \pm 0,013)$ d             | NA                      | NA                 | $570,3 \pm 2,0$        | 100              |
| $^{233}\text{U}^*$        | $(1,592 \pm 0,002) \times 10^5$ a  | $4908,7 \pm 1,2$        | 100                | NA                     | NA               |
| $^{229}\text{Th}^*$       | $(7880 \pm 120)$ a                 | $5167,6 \pm 1,0$        | 100                | NA                     | NA               |
| $^{225}\text{Ra}^*$       | $(14,9 \pm 0,2)$ d                 | $356 \pm 5$             | 100                | NA                     | NA               |
| $^{225}\text{Ac}^*$       | $(9,9203 \pm 0,0003)$ d            | $5935,1 \pm 1,4$        | 100                | NA                     | NA               |
| $^{221}\text{Fr}^*$       | $(4,9 \pm 0,2)$ min                | $6457,7 \pm 1,4$        | 100                | NA                     | NA               |
| $^{217}\text{At}$         | $(32,6 \pm 0,3)$ ms                | $7201,3 \pm 1,2$        | $99,993 \pm 0,003$ | NA                     | NA               |
| $^{213}\text{Bi}^*$       | $(45,59 \pm 0,06)$ min             | $5988 \pm 3$            | $2,20 \pm 0,10$    | $1422 \pm 5$           | $97,80 \pm 0,10$ |
| ** $^{209}\text{Tl}_e^*$  | $(2,162 \pm 0,007)$ min            | NA                      | NA                 | $3970 \pm 6$           | 100              |
| ** $^{213}\text{Po}_e$    | $(3,72 \pm 0,02)$ $\mu\text{s}$    | $8536 \pm 3$            | 100                | NA                     | NA               |
| *** $^{209}\text{Bi}_e^*$ | $(2,01 \pm 0,08) \times 10^{19}$ a | $3137,3 \pm 0,8$        | 100                | NA                     | NA               |
| $^{205}\text{Tl}$         | Estable                            |                         |                    |                        |                  |

\* Emisión  $\gamma$  en el proceso de desintegración.

\*\* Hijas de un mismo radionucleido madre.

\*\*\* Hija de dos radionucleidos madre.

$_e$  El radionucleido se desintegra en un nucleido estable.

NA El radionucleido no se desintegra por ese proceso.

Fuente: IAEA - Nuclear Data Service (2019).

### D.3 Serie del uranio ( $^{238}\text{U}$ , $4n + 2$ )

Tabla D.3: Serie del uranio ( $^{238}\text{U}$   $4n + 2$ ).

| Nucleido                             | Semivida                          | Desintegración $\alpha$ |                                 | Desintegración $\beta$ |                  |
|--------------------------------------|-----------------------------------|-------------------------|---------------------------------|------------------------|------------------|
|                                      |                                   | Energía (keV)           | Probabilidad (%)                | Energía (keV)          | Probabilidad (%) |
| $^{238}\text{U}^*$                   | $(4,468 \pm 0,006) \times 10^9$ a | 4269,9 $\pm$ 2,1        | 100                             | NA                     | NA               |
| $^{234}\text{Th}^*$                  | (24,10 $\pm$ 0,03) d              | NA                      | NA                              | 274 $\pm$ 3            | 100              |
| $^{234}\text{Pa}^*$                  | (87,7 $\pm$ 0,1) d                | NA                      | NA                              | 2194 $\pm$ 4           | 100              |
| $^{234}\text{U}^*$                   | $(2,455 \pm 0,006) \times 10^5$ a | 4857,5 $\pm$ 0,7        | 100                             | NA                     | NA               |
| $^{230}\text{Th}^*$                  | (7,54 $\pm$ 0,03) a               | 4769,8 $\pm$ 1,5        | 100                             | NA                     | NA               |
| $^{226}\text{Ra}^*$                  | (1600 $\pm$ 7) a                  | 4870,7 $\pm$ 0,2        | 100                             | NA                     | NA               |
| $^{222}\text{Rn}^*$                  | (3,8235 $\pm$ 0,0003) d           | 5590,4 $\pm$ 0,3        | 100                             | NA                     | NA               |
| ** $^{218}\text{At}$                 | (1,5 $\pm$ 0,3) s                 | 6874 $\pm$ 3            | 99,9                            | 2881 $\pm$ 12          | 0,01             |
| $^{218}\text{Po}$                    | (3,098 $\pm$ 0,012) min           | 6114,75 $\pm$ 0,09      | 99,98 $\pm$ 0,02                | 259 $\pm$ 12           | 0,02 $\pm$ 0,02  |
| $^{218}\text{Rn}^*$                  | (21 835 $\pm$ 5) ms               | 7262,5 $\pm$ 1,8        | 100                             | NA                     | NA               |
| $^{214}\text{Pb}^*$                  | (27,06 $\pm$ 0,07) min            | NA                      | NA                              | 1018 $\pm$ 11          | 100              |
| ** $^{214}\text{Bi}^*$               | (19,9 $\pm$ 0,4) min              | 5621 $\pm$ 3            | 0,021 $\pm$ 0,001               | 3269 $\pm$ 11          | 99,979           |
| ** $^{214}\text{Po}^*$               | (164,3 $\pm$ 2,0) $\mu\text{s}$   | 7833,54 $\pm$ 0,06      | 100                             | NA                     | NA               |
| ** $^{210}\text{Tl}^*$               | (1,30 $\pm$ 0,03) min             | NA                      | NA                              | 5482 $\pm$ 12          | 100              |
| *** $^{210}\text{Pb}^*$              | (22,20 $\pm$ 0,22) a              | 3792 $\pm$ 20           | $(1,9 \pm 0,4) \times 10^{-6}$  | 63,5 $\pm$ 0,5         | $\approx$ 100    |
| $^{210}\text{Bi}$                    | (5,012 $\pm$ 0,005) d             | 5036,5 $\pm$ 0,8        | $(13,2 \pm 1,0) \times 10^{-5}$ | 1161,2 $\pm$ 0,8       | $\approx$ 100    |
| ** $^{210}\text{Po}^*$ <sup>e</sup>  | (138,376 $\pm$ 0,002) d           | 5407,53 $\pm$ 0,07      | 100                             | NA                     | NA               |
| $^{206}\text{Hg}^*$ <sup>e</sup>     | (8,32 $\pm$ 0,07) min             | NA                      | NA                              | 1308 $\pm$ 20          | 100              |
| *** $^{206}\text{Tl}^*$ <sup>e</sup> | (4,202 $\pm$ 0,011) min           | NA                      | NA                              | 1532,2 $\pm$ 0,6       | 100              |
| $^{206}\text{Pb}$                    | Estable                           |                         |                                 |                        |                  |

\* Emisión  $\gamma$  en el proceso de desintegración.

\*\* Hijas de un mismo radionucleido madre.

\*\*\* Hija de dos radionucleidos madre.

<sup>e</sup> El radionucleido se desintegra en un nucleido estable.

NA El radionucleido no se desintegra por ese proceso.

Fuente: IAEA - Nuclear Data Service (2019).

D.4 Serie del actinio ( $^{235}\text{U}$ ,  $4n + 3$ )Tabla D.4: Serie del actinio ( $^{235}\text{U}$   $4n + 3$ ).

| Nucleido                 | Semivida                          | Desintegración $\alpha$ |                            | Desintegración $\beta$ |                                |
|--------------------------|-----------------------------------|-------------------------|----------------------------|------------------------|--------------------------------|
|                          |                                   | Energía (keV)           | Probabilidad (%)           | Energía (keV)          | Probabilidad (%)               |
| $^{235}\text{U}^*$       | $(7,04 \pm 0,01) \times 10^8$ a   | $4678,0 \pm 0,7$        | 100                        | NA                     | NA                             |
| $^{231}\text{Th}^*$      | $(25,52 \pm 0,01)$ h              | NA                      | NA                         | $391,5 \pm 1,5$        | 100                            |
| $^{231}\text{Pa}^*$      | $(3,276 \pm 0,011) \times 10^4$ a | $5149,9 \pm 0,8$        | 100                        | NA                     | NA                             |
| $^{227}\text{Ac}^*$      | $(21,772 \pm 0,003)$ a            | $5042,27 \pm 0,14$      | $1,3800 \pm 0,0036$        | $44,8 \pm 0,8$         | $98,6200 \pm 0,0036$           |
| ** $^{227}\text{Th}^*$   | $(18,697 \pm 0,007)$ d            | $6146,60 \pm 0,10$      | 100                        | NA                     | NA                             |
| $^{223}\text{Fr}^*$      | $(22,00 \pm 0,07)$ min            | $5561 \pm 3$            | 0,006                      | $1149,1 \pm 0,8$       | 99,994                         |
| $^{223}\text{Ra}^*$      | $(11,43 \pm 0,05)$ d              | $5978,99 \pm 0,21$      | 100                        | NA                     | NA                             |
| $^{219}\text{Rn}^*$      | $(3,96 \pm 0,01)$ s               | $6946,2 \pm 0,3$        | 100                        | NA                     | NA                             |
| $^{215}\text{Po}^*$      | $(1,781 \pm 0,005)$ ms            | $7526,3 \pm 0,8$        | $99,999\,77 \pm 0,000\,02$ | $714 \pm 7$            | $(2,3 \pm 0,2) \times 10^{-4}$ |
| ** $^{215}\text{At}$     | $(0,10 \pm 0,02)$ ms              | $8178 \pm 4$            | 100                        | NA                     | NA                             |
| ** $^{211}\text{Pb}^*$   | $(36,1 \pm 0,2)$ min              | NA                      | NA                         | $1366 \pm 5$           | 100                            |
| *** $^{211}\text{Bi}^*$  | $(2,14 \pm 0,02)$ min             | $6750,4 \pm 0,5$        | $99,724 \pm 0,004$         | $573 \pm 5$            | $0,276 \pm 0,004$              |
| ** $^{211}\text{Po}^*_e$ | $(0,516 \pm 0,003)$ s             | $7594,6 \pm 0,5$        | $100 \pm 4$                | NA                     | NA                             |
| ** $^{207}\text{Tl}^*_e$ | $(4,77 \pm 0,03)$ min             | NA                      | NA                         | $1418 \pm 5$           | 100                            |
| *** $^{207}\text{Pb}$    | Estable                           |                         |                            |                        |                                |

\* Emisión  $\gamma$  en el proceso de desintegración.

\*\* Hijas de un mismo radionucleido madre.

\*\*\* Hija de dos radionucleidos madre.

<sup>e</sup> El radionucleido se desintegra en un nucleido estable.

NA El radionucleido no se desintegra por ese proceso.

Fuente: IAEA - Nuclear Data Service (2019).