

L.D

372 7
R 696 g



Universidad de Costa Rica
Sede de Occidente
Coordinación de Investigación

GEOMETRIA

II Y III CICLO
EDUCACION GENERAL BASICA

Lic. Analive Rodríguez Alfaro

Serie Cátedra Universitaria

1993



Universidad de Costa Rica
Sede de Occidente
Coordinación de Investigación

GEOMETRIA

II Y III CICLO
EDUCACION GENERAL BASICA

Lic. Analive Rodríguez Alfaro

Serie Cátedra Universitaria

1993

Publicaciones de la Sede de Occidente

Serie Cátedra Universitaria

372.7
R696g

Consejo Editorial:

Lic. Cecilia Aguilar.

M.Sc. Saray Córdoba.

M.Sc. Rodolfo Ortiz.

Dra. Yamileth Solano.

M.Sc. Cecilia Vega.

BIBLIOTECA OCCIDENTE - UCR



0116510

0116510

C.5

372.7

R696g Rodríguez Alfaro, Analive.

Geometría: II y III Ciclo Educación General
Básica [versión preliminar]/ Analive Rodríguez Alfaro.
-- [San Ramón, Alajuela, C.R.]: Universidad de Costa
Rica, Sede de Occidente, Coordinación de Investigación,
1993. 100 p. : il.

; 28 cm, -- (Serie Cátedra Universitaria).

1. GEOMETRIA - ESTUDIO Y ENSE-
ÑANZA. I. Título. II. Serie.

JUN 1997



Libro digitalizado

Subido a Kerwa : 25-2-2015



0119210

INDICE

- 1.1 Introducción, 5
- 1.2 Prefacio de la autora, 7
- 2 Tema I: nociones de punto, recta, segmento, líneas quebradas, curvas, mixtas y semirrecta, 10
 - 2.1 Guía para el alumno, 10
 - 2.2 Evaluación, 15
- 3 Tema II ángulos, 17
 - 3.1 Instrucciones para el educador, 17
 - 3.2 Ficha laboratorio para el concepto de ángulo, 18
 - 3.3 Medición de ángulos, 22
 - 3.4 Clasificación de ángulos de acuerdo a su amplitud, 25
- 4 Tema III: segmentos paralelos, 27
 - 4.1 Ficha laboratorio para el concepto de paralelismo, 27
 - 4.2 Inclinación de un segmento, 27
- 5 Tema IV:segmentos perpendiculares, 32
 - 5.1 Ficha laboratorio sobre segmentos perpendiculares, 32
- 6 Tema V:polígonos, 35
 - 6.1 Ficha laboratorio para el repaso de los segmentos, 35
 - 6.2 Ficha laboratorio para el estudio de línea cerrada y línea abierta, 39
 - 6.3 Ficha laboratorio para el concepto de polígono, 41
 - 6.4 Ficha laboratorio para el estudio de los triángulos, 43
 - 6.5 Clasificación de los triángulos según sus ángulos, 44
 - 6.6 Clasificación de los triángulos de acuerdo a la medida de los lados, 45
 - 6.7 Ficha laboratorio para el estudio de los paralelogramos, 50
 - 6.8 Nombre y características de los paralelogramos, 52
 - 6.9 Ficha laboratorio para el estudio de los trapecios, 58
 - 6.10 Evaluación, 61
- 7 Modelos que permiten el desarrollo de actividades complementarias, 67
- 8 Tema VI:cálculo de áreas de algunos polígonos, 71

8.1	* Ficha laboratorio sobre áreas de polígonos,	71
8.2	Area del cuadrado y del rectángulo,	75
8.3	Area del triángulo rectángulo,	76
8.4	Area del romboide,	77
8.5	Area del rombo,	79
8.6	Area del trapecio,	81
8.7	Evaluación de áreas y perímetros,	84
9	Tema VII:cálculo de áreas de regiones equicompuestas,	88
10	Tema VIII:círculo y circunferencia,	91
10.1	Ficha laboratorio para el estudio del círculo y la circunferencia,	91
10.2	Medida de la circunferencia,	93
10.3	Otros segmentos del círculo,	94
10.4	Ficha laboratorio para el estudio del área de un círculo,	95
10.5	Cuadrado inscrito al círculo y cuadrado circunscrito al círculo,	96
10.6	Area de un círculo,	98
10.7	Cálculo del área de otras superficies,	98
11	Tema IX:sólidos,	101
11.1	* Ficha laboratorio sobre sólidos,	103
11.2	Estudio del cubo o hexaedro regular,	105
11.3	Estudio del prisma rectangular recto,	106
11.4	Estudio del cilindro,	107
12	Tema X:volumen,	109
12.1	Concepto de volumen,	109
12.2	Volumen de un cubo o de un prisma rectangular recto,	111
12.3	Volumen de una piedra,	112
12.4	Volumen de un cilindro,	112
12.5	Evaluacion,	114
13	Bibliografía,	116

INTRODUCCION

La Sede de Occidente de la Universidad de Costa Rica tiene actualmente dentro de los proyectos de Trabajo Comunal Universitario (T.C.U), el denominado "Laboratorio de Matemática". Dentro de los objetivos de dicho proyecto está la elaboración de una serie de modelos que permitan el desarrollo de una enseñanza matemática con participación activa de los estudiantes; principalmente en educación primaria y en enseñanza media.

Para la utilización de dichos modelos se ha elaborado documentación dirigida hacia el uso de la técnica de laboratorio, la cual rescata las tres etapas del aprendizaje (concreta, gráfica y abstracta), mediante fichas guías orientadas a través de objetivos procesuales y en donde el papel del educador es el de orientador del proceso de enseñanza-aprendizaje.

Hasta el momento se ha publicado un documento para la enseñanza de la matemática en educación media titulado "Laboratorio de Matemática" (fascículo #1). En él se exponen ideas para rescatar algunos conceptos, se incluye modelos de reforzamiento y se ejemplifica la técnica laboratorio.

Se está trabajando en Extensión Docente, con profesores de Educación Primaria y Media, en actividades de actualización en matemática, utilizando la técnica de laboratorio.

Esta metodología, ha sido puesta en práctica en escuelas y colegios, específicamente en temas de geometría, fracciones, introducción a los números irracionales y funciones. En los grupos atendidos se ha observado un alto grado de motivación y comprensión de los conceptos tratados. También ha sido expuesta y discutida

con algunos maestros y grupos de profesores de matemática, quienes han avalado dicho procedimiento didáctico.

La enseñanza de la geometría ha sido relegada a un segundo plano, al menos en nuestro país, pese a que ella nos permite el estudio y conocimiento del espacio que nos rodea y es fundamental en su relación con otras ramas de la matemática.

Además desde el punto de vista heurístico su enseñanza y aprendizaje tiene gran valor ya que su significante y su significado están íntimamente relacionados, cosa que no ocurre con otras ramas de la matemática como la teoría de números. Por ejemplo una forma rectangular, significado de un rectángulo, tiene dos dimensiones (ancho y largo) al igual que su significante geométrico; en cambio el número dos puede ser representado de diversas formas tales como ".." para los mayas o "2" en notación idoárabiga, o bien dos objetos cualesquiera, etc.

Por lo descrito anteriormente este folleto trata de rescatar la enseñanza de la geometría básica, a través de modelos que permitan la comprensión de los conceptos. Lo pongo a su disposición estimado lector, esperando que me hagan llegar por escrito cualquier observación para mejorarlo lo cual agradezco profundamente de antemano.

Lic. Analive Rodríguez Alfaro
Departamento de Ciencias Naturales
Ciudad Universitaria Carlos Monge Alfaro
Universidad de Costa Rica
Apartado N° 4250-111
San Ramón de Alajuela.

PREFACIO DE LA AUTORA

El presente folleto pretende ser una guía para la enseñanza de temas de geometría elemental, considerados principalmente en los programas del II y III ciclo de Educación General Básica.

Las fichas de laboratorio que en él se presentan están dirigidas a los educandos y constituyen también una guía para los educadores, en cuanto a que son ellos quienes deben orientar el proceso. Es necesario que el instructor utilice los instrumentos que se describen antes de cada ficha, para lograr conducir a los alumnos por un camino heurístico en cada tema tratado.

El objetivo primordial de este trabajo es lograr que mediante la orientación del educador, el uso de modelos descritos y "fichas laboratorio"; el alumno comprenda con facilidad los conceptos de geometría y pueda luego aplicarlos a alguna situación determinada. Además la metodología empleada permite el estudio individual de los temas tratados.

Para el desarrollo de algunas de las fichas es necesario que los estudiantes cuenten con el geoplano.

Este instrumento permite orientar la enseñanza de la geometría a través de un procedimiento heurístico, se ahorra tiza y las incomodidades de dibujar sobre la pizarra y lo más importante es que si se le utiliza correctamente, logra que los alumnos alcancen los objetivos procesuales.

Mediante su uso el educador puede evaluar con mucha facilidad el trabajo de sus alumnos y dispone a su vez de muchos ejemplos sobre determinado tema geométrico, dados por sus mismos estudiantes.

Su utilización motiva mucho al alumno ya que le permite entre otras cosas la construcción rápida de polígonos y le facilita el estudio de sus características; la visualización del perímetro y las unidades cuadradas que recubren la superficie de algunas figuras planas; le da libertad de acción y le facilita el razonamiento por deducción.

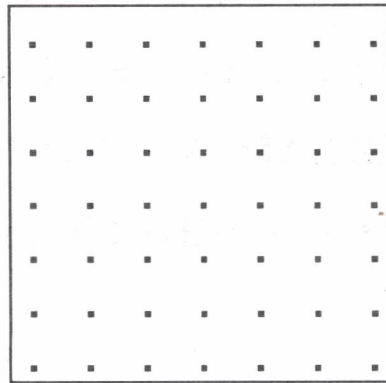
Su uso alcanza mayor éxito si se orienta el proceso a través de "fichas laboratorio", las cuales consisten en una secuencia de interrogantes para el alumno, orientados a través de objetivos procesuales e intercalándose en ellas definiciones y sistematizaciones.

El geoplano que se muestra en el siguiente gráfico, puede diseñarse en un trozo cuadrado de "plywood" de $\frac{3}{8}$ de pulgada y al cual se le colocan filas de clavos de $\frac{1}{2}$ pulgada, formando una cuadrícula y a una distancia horizontal o vertical de 3 cm. Se recomienda que se pinten de un color claro.

Es necesario además que el instructor cuente con su geoplano, que puede ser un rectángulo de 52 cm por 62 cm y pintado de un color muy claro, preferiblemente "beige". Para este geoplano los clavos deben ser colocados a una distancia de 6 cm, con el propósito de que sean visibles las construcciones en el mismo, una vez colgado sobre la pizarra.

Se necesita también ligas pequeñas y de diversos colores para los geoplanos de los alumnos y ligas largas y delgadas para el geoplano grande, puede utilizarse también elástico, pintándolo de diversos colores.

Geoplano



Otras materiales necesarios para el desarrollo de temas geométricos, aparecen explicados antes de la ficha o laboratorio respectivo. Sin embargo es prudente pedirle a los alumnos que siempre porten dentro de sus útiles escolares, una regla, una escuadra, un transportador, un compás, un tajador, un lápiz y un cuaderno cuadriculado.

El formato del documento consiste en un objetivo general para cada subtema, objetivos específicos, materiales necesarios para el desarrollo de los tópicos tratados, instrucciones para el educador cuando esto se considere necesario, ficha laboratorio orientadas a través de objetivos procesuales y actividades para la evaluación.

TEMA I

NOCIONES DE PUNTO, RECTA, SEGMENTO, LINEAS QUEBRADAS, CURVAS, MIXTAS Y SEMIRRECTAS

Objetivo general: adquirir las nociones básicas de geometría.

Materiales: lápiz, regla, un trozo de pabilo y tijera.

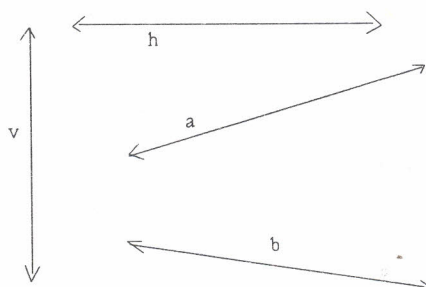
GUIA DE ESTUDIO PARA EL ALUMNO.

- 1) **Noción de punto:** conozco que aunque los puntos no tienen dimensión o medida se acostumbra representarlos mediante el símbolo indicado en el paréntesis (.); así las siguientes marcas corresponden a 5 puntos
- 2) **Línea recta:** me doy cuenta de que una línea recta está formada por una sucesión infinita de puntos, observándose a simple vista como un trazo continuo que no cambia de dirección.

Las líneas rectas se prolongan infinitamente en ambos sentidos y para indicar su prolongación infinita uso las flechas en los extremos del trazo que la representa.

Una línea recta puede aparecer dibujada en diferentes direcciones respecto a la base de la hoja.

- 3) Observo el dibujo que aparece a continuación, el cual muestra los trayectos de diferentes líneas rectas; así la línea (h) corresponde a una *recta horizontal*, (v) representa una *recta vertical* y las rectas (a) y (b) son *inclinadas*.



Si camino hacia un sitio, manteniendo la misma dirección, entonces estoy caminando en línea recta.

- 4) **Segmentos de líneas recta:** conozco que un segmento es un trozo de línea recta que tiene un punto donde inicia y un punto donde termina; es decir se le puede medir, cosa que no ocurre con la recta por ser infinita.

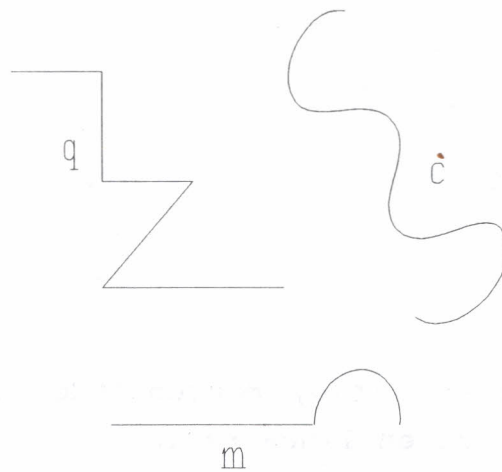
Actividad #1.

Dibujó en el espacio adjunto cuatro segmentos de recta en diferentes direcciones, uno horizontal, otro vertical, y los otros dos inclinados pero con diferente orientación.

Utilizando la regla determino y escribo la longitud en centímetros de cada segmento.

- 5) **Otros tipos de líneas:** en los dibujos siguientes observo una *línea curva (c)*, una *línea quebrada (q)* y una *línea mixta (m)*.

Noto que en todos esos tres casos la línea no conserva en su trazo la misma dirección, por lo que no pueden ser rectas.



6) Estudio las características de las tres líneas anteriores y describo lo siguiente:

- a) *Línea quebrada*.....
- b) *Línea curva*.....
- c) *Línea mixta*.....

Estimado estudiante, estamos de acuerdo en en lo siguiente:

Una *línea quebrada* está formada por una sucesión continua de segmentos de recta en diferente dirección.

Una *línea curva* es aquella que cambia continuamente de dirección.

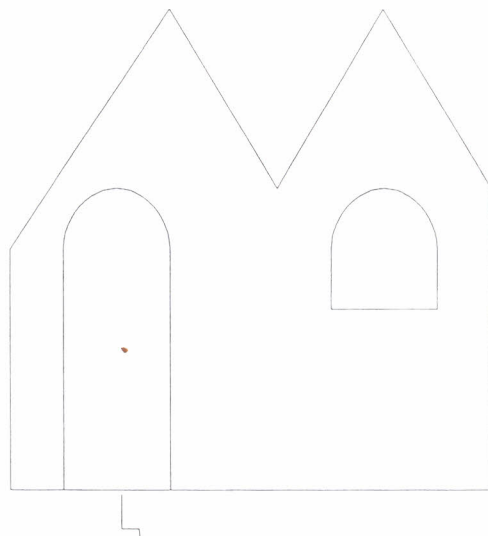
A una línea compuesta por segmentos de recta y líneas curvas se le denomina *línea mixta*.

Actividad #2.

- a) Tomo cuatro pedazos de pabilo de la misma longitud y formo con tres de ellos una línea quebrada, una curva y una mixta.
- b) Utilizo la regla para medir la longitud del cuarto pedazo de pabilo.
- c) Determino la longitud de las tres líneas representadas por los trozos de pabilo.

Actividad #3.

Considero el siguiente dibujo y utilizo diversos colores para identificar en él diferentes tipos de líneas y segmentos en diferente dirección, de acuerdo con lo anotado a continuación.



- I. Pinto de verde un segmento vertical.
- II. Coloreo con rojo un segmento horizontal.
- III. Utilizo el color azul para indicar un segmento inclinado.
- IV. Pinto de color café una línea quebrada.
- V. A una línea curva la identifico con color amarillo.

VI. Ubico una línea mixta en el dibujo y la identifico con color celeste.

y busigo

7) **Semirrecta:** me doy cuenta que una semirrecta es un fragmento de recta que tiene un inicio o punto inicial, pero que se prolonga infinitamente.

osef

8) Trazo tres semirrectas en diferente dirección; una horizontal, otra vertical y la otra inclinada. Marco bien su punto de origen o punto inicial y recuerdo hacer una flecha en el otro extremo, para indicar que se prolonga indefinidamente y por lo tanto no se puede medir.

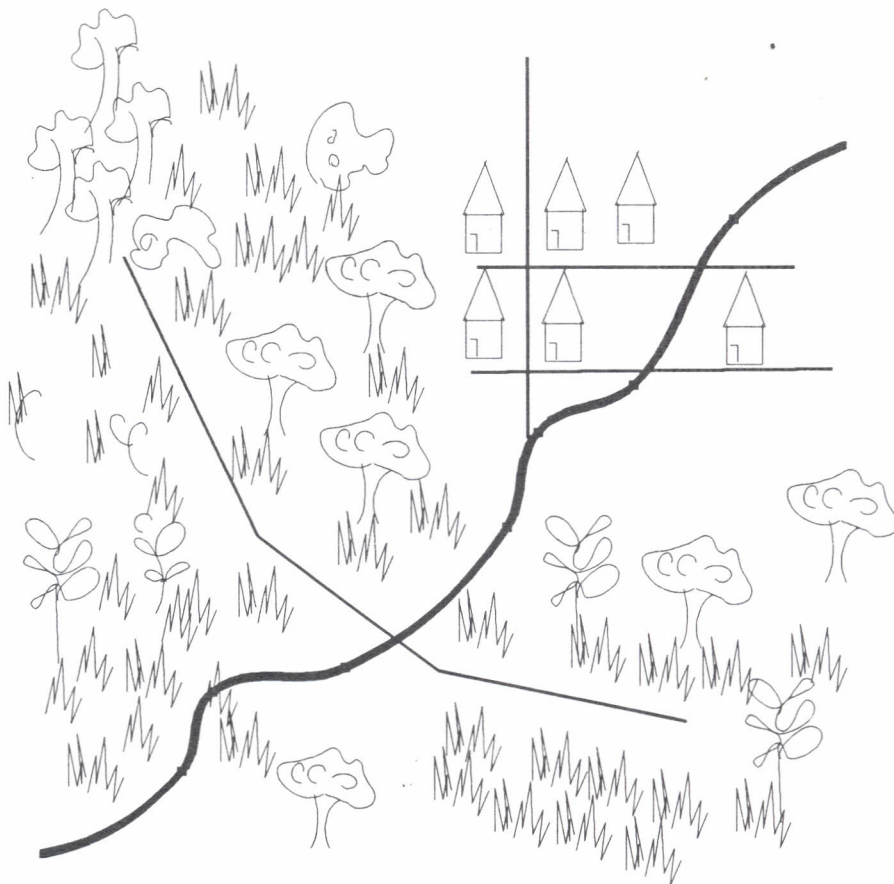
eebr

EVALUACION

- 1) En el siguiente gráfico observo un pequeño pueblo intermontano en el que aparecen unas casitas y por el cual pasa una carretera nacional.

Aprecio también el trazo de un camino que conduce a una montaña que fue asiento de una cultura indígena.

Las líneas que representan en el dibujo: una carretera nacional, un camino indígena y los caminos del pueblo, tienen sus características propias en cuanto al tipo de línea que las representa.



De acuerdo a los trazos que se aprecian en el dibujo indico:

- a) El tipo de línea representa la carretera nacional
.....
 - b) La forma que tiene el camino indígena.....
 - c) Indico el tipo de segmentos que representan las calles del pueblo.....y.....
 - d) Marco con rojo los puntos donde la carretera nacional interseca las calles del pueblo.
 - e) Marco con azul o negro el punto donde la carretera nacional interseca el camino indígena.
 - f) Indico si aparece en el diagrama algún punto donde las calles del pueblo intersecan el camino indígena.....
- 2) Describo otros usos de las líneas curvas, quebradas, mixtas o segmentos de recta; que el ser humano utiliza para representar parte del espacio que le rodea. Hago uno o varios dibujos que ilustren los ejemplos.

TEMA II

ANGULOS

Objetivo general: realizar el estudio de los ángulos.

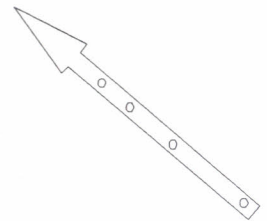
Conocimientos previos: noción de punto, concepto de línea recta, segmento de recta, línea curva, mixta, quebrada, concepto de semirrecta.

Materiales: lápiz, regla, transportador, instrumento que simule una semirrecta (ver siguiente dibujo).

Instrucciones para el educador.

Para que el alumno comprenda como se genera un ángulo es conveniente que cada uno de ellos cuente con el instrumento semirrecta que se describe a continuación.

Los diseños de la semirrecta deben ser pequeños para el uso de cada alumno y uno de 1/2 metro para el uso del instructor.



La flecha del modelo indica la prolongación infinita de la semirrecta y las perforaciones marcan el punto inicial y otros puntos de la misma.

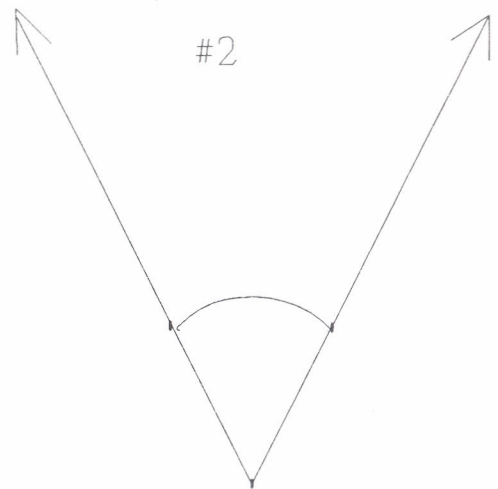
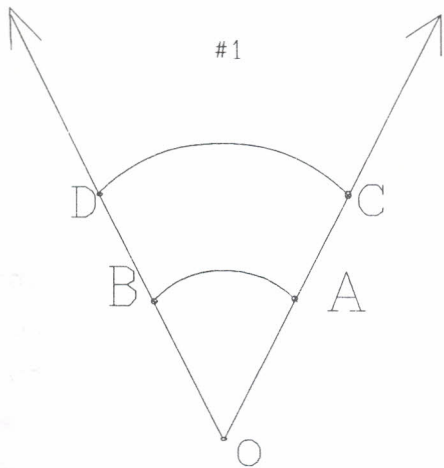
Los modelos para los alumnos pueden ser realizados en cartón y el modelo mayor para uso del educador puede ser elaborado en madera.

FICHA LABORATORIO PARA EL CONCEPTO DE ANGULO

Objetivo #1: adquiero el concepto de ángulo

- 1.1) Procedo con las siguientes instrucciones que me ayudarán a comprender como se forma un ángulo.
 - a) Coloco sobre la hoja de papel, el instrumento que simula una semirrecta; manteniéndolo firme marco con lápiz el punto inicial y otros dos o tres puntos indicados por las perforaciones del instrumento.
 - b) Retiro el instrumento y utilizando la regla trazo sobre el papel la semirrecta, teniendo en cuenta que ya había marcado el punto inicial.
 - c) Coloco de nuevo el instrumento de la semirrecta sobre la que he dibujado, de manera que coincida muy bien los puntos de ella que habían sido marcados.
 - d) Sujeto firme el instrumento en su punto inicial e introduciendo un lápiz en otro de los puntos perforados, hago rotar o girar el instrumento semirrecta, de manera que se observe la curva que describe el punto para llegar a su nueva posición. El punto inicial no debe haberse movido.
 - e) Trazo sobre el papel la nueva posición de la semirrecta, de manera que el punto inicial coincida con la anterior semirrecta.
 - f) Sin mover el punto inicial, procedo a desplazar de la misma forma que lo hice en el paso (d), otro de los puntos indicados con las perforaciones.

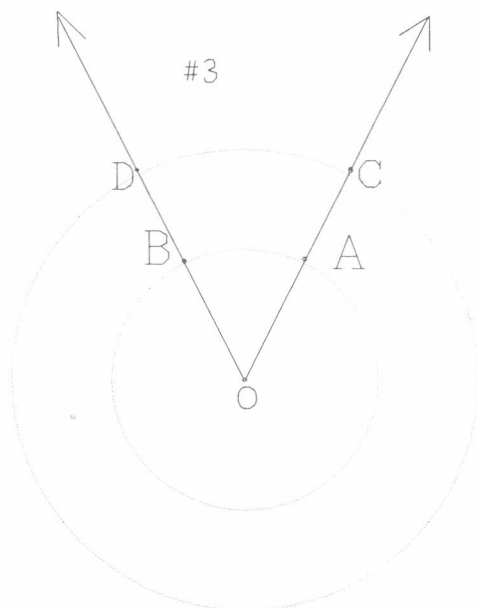
- g) Marco muy bien en el dibujo que representa la posición final de la semirrecta inicial, las nuevas ubicaciones de los puntos trasladados mediante la rotación.
- h) Pienso detenidamente en lo realizado anteriormente y analizo lo que ha ocurrido con todos los puntos de la primera semirrecta dibujada, excepto con el inicial.
- i) Noto que mediante la rotación de la semirrecta, manteniéndose fijo sólo el punto inicial, todos los otros puntos cambian de posición, describiendo en sus traslados líneas curvas.
- j) Observo que el dibujo obtenido mediante los pasos anteriores, es similar a la de la ilustración #1 o #2 y conozco que a dicha figura geométrica se le llama *ángulo*.



- 2.1) Noto que todo *ángulo* tiene un *lado inicial* y uno *terminal* y al punto origen de la semirrecta que lo generó se le llama *vértice* del ángulo.

3.1) Observo que en el ángulo representado en la ilustración #1, se puede considerar como lado inicial a la semirrecta que contiene los puntos A y C y como lado terminal del ángulo a la otra semirrecta que contiene los puntos B y D. Además noto que el vértice corresponde al punto marcado con O.

4.1) En el dibujo #3 puedo observar que el punto inicial de la semirrecta, es el centro de varios círculos.



5.1) Conozco que lo anterior significa que para medir un ángulo se mide su *amplitud*; es decir el desplazamiento realizado por uno cualquiera de los puntos y para esto debe utilizarse el transportador.

6.1) Contesto las siguientes interrogantes en el cuaderno, si tengo duda reviso los conceptos en las páginas anteriores de este documento.

I. ¿Qué es una semirrecta?.

- II. ¿Porqué una semirrecta no se puede medir?.
- III. ¿Cómo se genera un ángulo?.
- IV. ¿Corresponden los lados de un ángulo a semirrectas?.
- V. ¿Porqué no se pueden medir los lados de un ángulo?.
- VI. ¿Qué es la amplitud de un ángulo?.
- VII. ¿Qué es lo que determina la medida de un ángulo?.
- VIII. ¿A qué se le llama vértice de un ángulo?.

7.1) Considerando que:

0116510 c 5

- a) Los lados del ángulo son semirrectas.
- b) Para medir un ángulo sólo se mide el desplazamiento de cualquiera de los puntos.

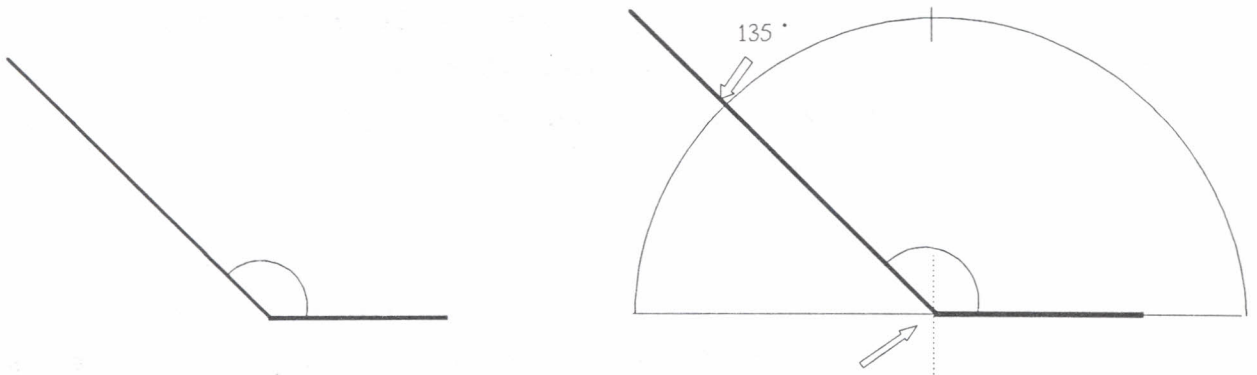
Entonces dicha medida no depende de la longitud de los lados del ángulo ya que ellos son infinitos; *sólo de su amplitud* la cual está dada por el desplazamiento de uno de los puntos, debido a la rotación que dio origen al ángulo.

Por tal motivo puedo alargar hasta donde se pueda los lados del ángulo y utilizar para medir dicho ángulo cualquier transportador, por pequeño o grande que sea, obteniéndose siempre la misma medida en **grados** (medida utilizada para medir ángulos).

- 8.1) En lo sucesivo dibujaré ángulos sin llevar a cabo la rotación que los origina; recuerdo que sus lados se prolongan indefinidamente.

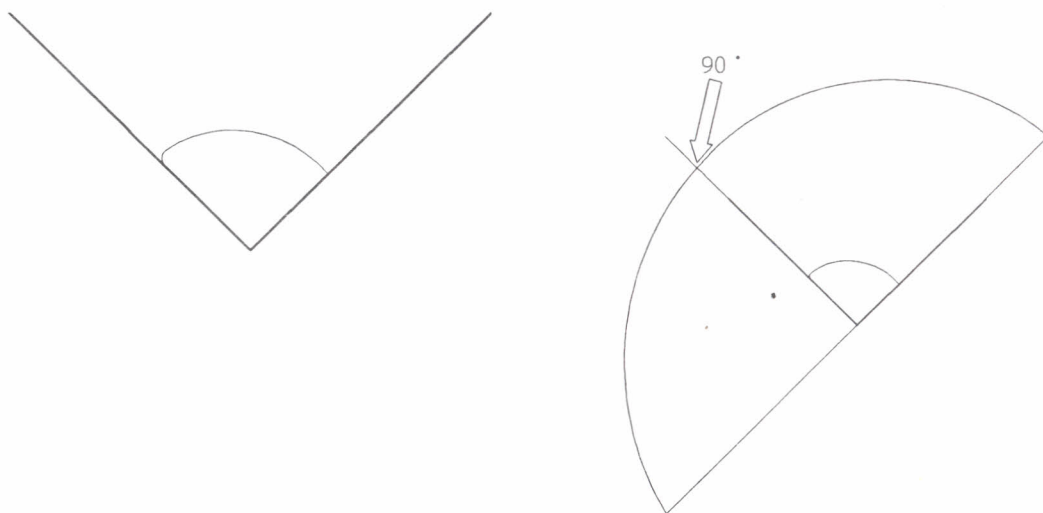
Objetivo #2: aprendo a medir los ángulos usando el transportador.

- I.2) Utilizo el transportador, la regla, el lápiz y el cuaderno para proceder con lo siguiente:
- Dibujó tres ángulos usando sólo la regla y el lápiz.
 - Observo los siguientes dibujos en donde se ilustra como medir un ángulo utilizando el *transportador*.
 - Noto en las ilustraciones que el vértice del ángulo que se va a medir debe coincidir con la marca en la base del transportador que indica el centro del semicírculo, (ver en el siguiente dibujo la flecha que indica el vértice).
 - Además uno de los lados del ángulo debe coincidir con la línea marcada en la base del transportador, por lo que en algunos casos es necesario alargar los lados del ángulo para obtener mayor precisión en la medida.



- Noto que para determinar el número de grados que mide el ángulo dibujado anteriormente a la izquierda, debo contar los grados a partir del lado inicial que coincide con la base del transportador.

- f) Utilizo el transportador y verifico que el ángulo del dibujo anterior mide 135 grados, lo cual se simboliza como 135° .
- g) Verifico con el transportador, que el ángulo que aparece a continuación en el primer dibujo mide 90° . (Puede orientarse con el segundo dibujo que muestra la posición del transportador para medir dicho ángulo).

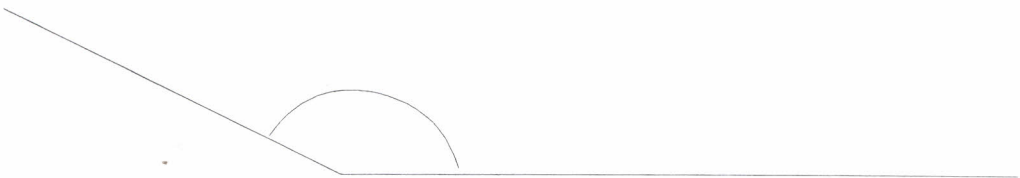


- 2.2) Compruebo que la medida de un ángulo sólo depende del desplazamiento de uno cualquiera de los puntos del lado inicial.

Para esta actividad es necesario formar un grupo de 4 o 5 alumnos y utilizar una lámina grande de papel periódico, una regla larga, un transportador pequeño y uno grande.

- a) Utilizando una lámina grande de papel periódico dibujamos un ángulo de manera que los lados, que sabemos que son infinitos, sean tan largos como podamos trazarlos.

- b) Utilizando el transportador pequeño determinamos la medida del ángulo dibujado.
- c) Usamos el transportador grande y verificamos que la medida del ángulo obtenida anteriormente, es la misma que se indica con el transportador mayor.
- d) Discuto con mis compañeros porqué la medida del ángulo no se altera si se usa un transportador pequeño o uno de mayor tamaño.
- 3.2) Dibujo un ángulo cuya medida se me indica.
- a) Trazo una semirrecta y ubicando correctamente el transportador con la ayuda del profesor, dibujo un ángulo que mida 60 grados (60°).
- b) Dibujo tres ángulos cuyas medidas respectivas sean de 45° , 120° , 90° .
- 4.2) Uso el transportador para medir el ángulo del siguiente dibujo; si es necesario prolongo los lados para lograr mayor exactitud en la medida.



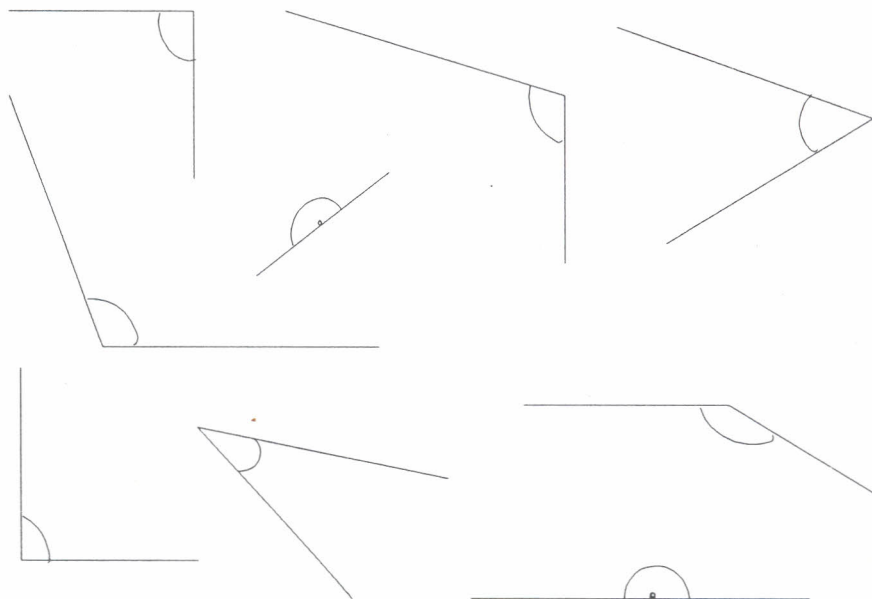
- 5.2) Utilizando sólo la regla y el lápiz dibujo en el cuaderno tres ángulos cualesquiera. Uso el transportador para medir cada uno de ellos; si es necesario prolongo los lados de manera que pueda indicar claramente su medida.

Objetivo #3: estudio la clasificación de los ángulos de acuerdo a su amplitud.

- 1.3) De acuerdo a su amplitud los ángulos se clasifican en *agudos*, *rectos*, *obtusos* y *llanos*.

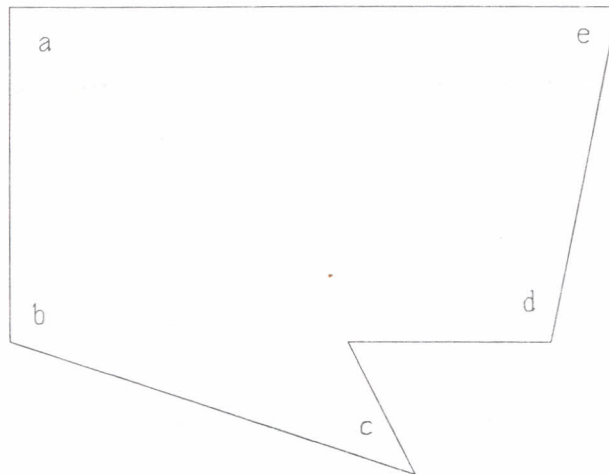
- a) Los *ángulos agudos* miden entre 0° y 90° .
 b) Los ángulos *rectos* son los que miden 90° .
 c) Los ángulos *obtusos* son los que tienen medida entre 90° y 180° .
 d) El ángulo *llano* es el que mide 180° .

- 2.3) Coloco una "a", "r", "o", "ll" según sean los ángulos del dibujo agudos, rectos, obtusos o llanos.



3.3) Dibujo en el cuaderno un ángulo agudo, uno obtuso, uno llano y uno recto e indico la medida correspondiente.

4.3) Mido los ángulos que aparecen en el siguiente croquis de un terreno y escribo la medida correspondiente y el nombre respectivo de acuerdo a su amplitud.



5.3) Dibujo en el espacio a pie de página la fachada de una casa y procedo con lo siguiente:

- a) Utilizo el transportador para medir cada ángulo que aparece en el dibujo.
- b) Escribo en el dibujo la medida que corresponde a cada ángulo.

TEMA III

SEGMENTOS PARALELOS.

Objetivo general: adquiero el concepto de paralelismo y lo relaciono con situaciones de la vida real.

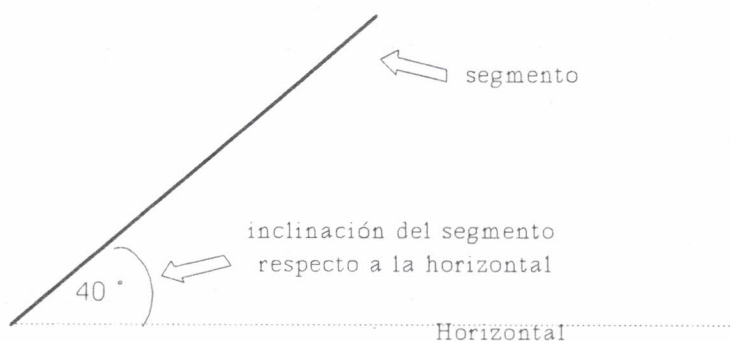
Materiales: regla, lápiz, transportador.

FICHA LABORATORIO PARA EL CONCEPTO DE PARALELISMO.

Objetivo #1: aprendo a estimar la inclinación de un segmento.

Instrucciones: concéntrese en su trabajo para que abra las puertas del futuro. Siga en forma consecutiva cada una de las siguientes indicaciones.

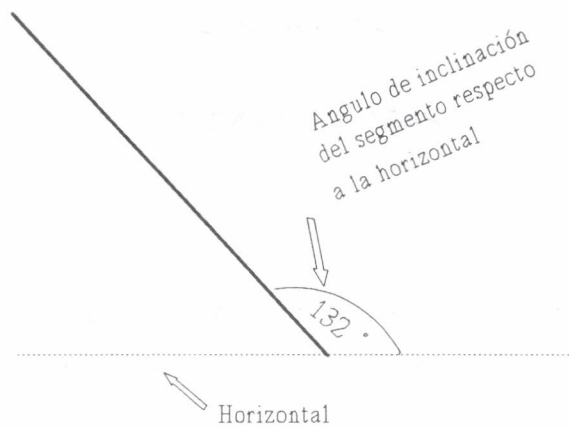
- 1.1) Observo en el siguiente diagrama cómo se determina la *inclinación* de un segmento.



- a) Noto que el segmento y la línea horizontal forman un ángulo.
- b) Puedo medir el ángulo formado por la horizontal y el segmento en cuestión y dicha medida me indica la inclinación que tiene el segmento.

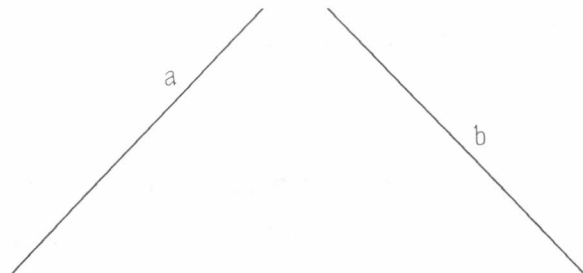
c) Completo lo siguiente: la inclinación del segmento anterior es de ____ grados respecto a la horizontal.

2.1) Observo el siguiente dibujo el cual me muestra un segmento inclinado y en el que se indica el ángulo que debo considerar para estimar su inclinación.



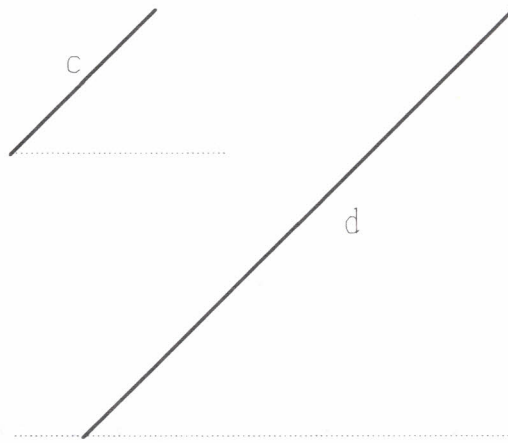
a) Me doy cuenta la importancia de considerar siempre el ángulo que determina la inclinación del segmento, partiendo del lado derecho de la horizontal; noto que de esa forma la inclinación del segmento dibujado anteriormente es de 132° .

3.1) Trazo una línea horizontal que me ayude a determinar el ángulo de inclinación de cada segmento dibujado a continuación.



a) Mido el ángulo que corresponde en cada caso anterior y noto que la inclinación del segmento **a** es de 45° respecto a la horizontal, mientras que la inclinación del segmento **b** es de 130° .

4.1) Determino si los segmentos **c** y **d** dibujados a continuación, tienen la misma inclinación. Para esto me ayudo con las líneas horizontales marcadas por puntos y utilizo el transportador.



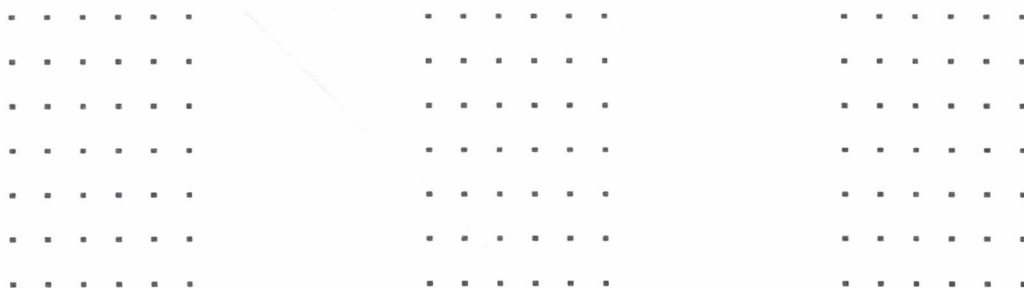
5.1) Dibujo en el espacio de la derecha lo siguiente:

- a) Un segmento cuya inclinación sea de 150° .
- b) Un segmento cuya inclinación sea de 60° .

Objetivo #2: adquiero el concepto de paralelismo.

1.2) Utilizo los espacios con puntos que aparecen en la siguiente página y procedo con lo que se indica:

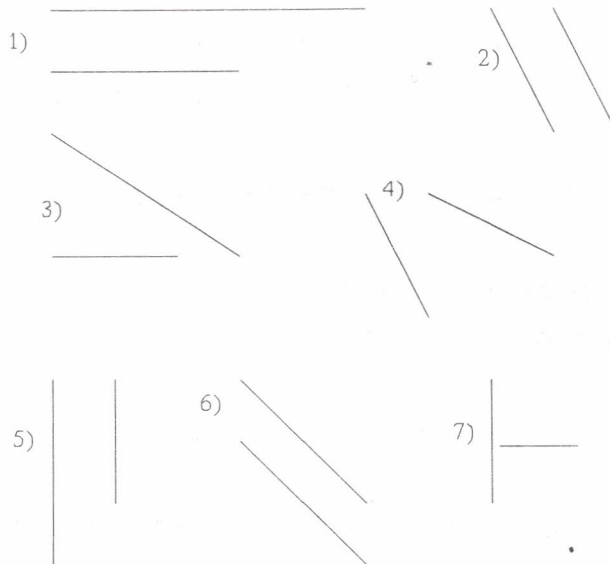
- a) En el primer cuadro trazo un par de segmentos de recta que conserven la misma dirección o sea que tengan la misma inclinación.
- b) Trazo en el segundo cuadro tres segmentos que tengan la misma dirección.
- c) Trazo en el tercer cuadro dos segmentos en diferente dirección.



- 2.2) Conozco que cada conjunto de segmentos dibujados en el primero y segundo cuadro anterior son *paralelos*, mientras que el par de segmentos que dibujé en el último cuadro no son paralelos.
- 3.2) Con base en lo anterior describo con mis propias palabras que son *segmentos paralelos*. _____
- 4.2) He notado que para que dos o más segmentos sean paralelos deben tener la misma inclinación.

A veces se dice que dos o más segmentos son paralelos si tienen la misma dirección, entendiendo por dirección la inclinación de los segmentos.

- 5.2) Mediante observación de cada par de segmentos que aparecen en el siguiente dibujo, indico anotando el número correspondiente, cuáles de los siete pares de segmentos son paralelos. _____



- 5.3) Pienso en el diseño de las ciudades, en las edificaciones, en muebles, en la pizarra que hay en el aula, en los bordes de los cuaderno y analizo con mi profesor ejemplos de paralelismo.

TEMA IV**SEGMENTOS PERPENDICULARES**

Objetivo general: adquiero el concepto de perpendicularidad y lo relaciono con situaciones de la vida real.

Materiales: transportador, regla, lápiz.

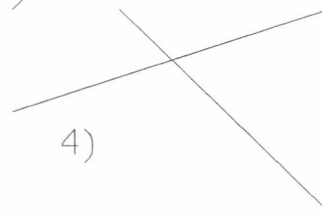
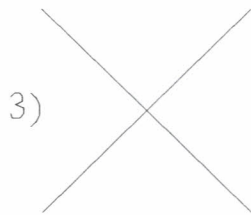
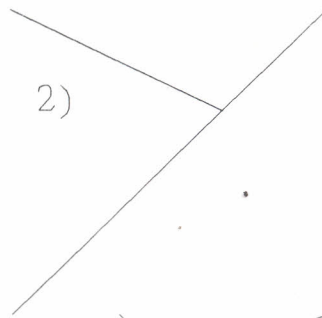
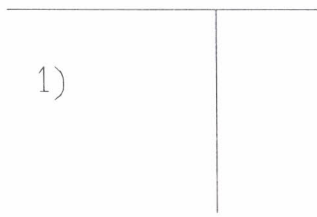
Instrucciones para el alumno: concéntrese en el trabajo. A continuación encontrará una serie de indicaciones dadas en la ficha laboratorio, las cuales debe seguir en forma secuencial y siguiendo las indicaciones que le da su instructor (a).

FICHA LABORATORIO SOBRE SEGMENTOS PERPENDICULARES

- 1) Dibujo en el espacio adjunto dos segmentos de recta que se intersequen (corten).
- a) Uso el transportador y mido uno de los ángulos formados por dichos segmentos.
- 2) Con ayuda del transportador dibujo en el espacio del lado, dos segmentos que se intersequen formando al menos un ángulo de 90° (90 grados).

3) Me entero de que si dos segmentos se intersecan formando al menos un ángulo de 90° , entonces dichos segmentos son *perpendiculares*.

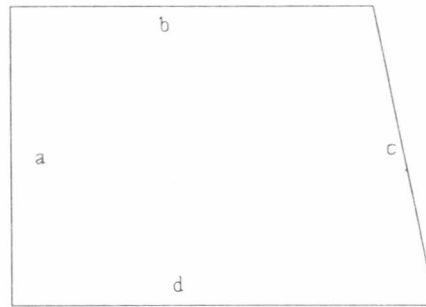
4) Utilizo el transportador para medir los ángulos que forman cada par de segmentos indicados en el siguiente dibujo.



a) Anoto en el dibujo la medida del ángulo que consideré anteriormente.

b) Determino cuales de los cuatro pares de segmentos, dibujados anteriormente, son perpendiculares y en tal caso anoto la palabra "*perpendiculares*" al lado del correspondiente par.

5) Considero el siguiente dibujo y procedo con lo que se me indica posteriormente:



- a) Uso el transportador y escribo en el dibujo la medida de cada uno de los cuatro ángulos interiores al mismo.
- b) Con base en el dato anterior escribo las letras que corresponden a un par de segmentos perpendiculares.

- c) Me cuestiono porqué los segmentos d y c no son perpendiculares.

- d) Determino si los segmentos a y d del dibujo anterior son o no perpendiculares. _____
- e) Explico porqué los segmentos b y d son paralelos.

- f) Indico un par de segmentos del dibujo anterior, que no sean paralelos ni perpendiculares. _____

TEMA V

POLIGONOS

Objetivo general #1: adquiero otros conceptos geométricos elementales, que me ayudarán a estudiar los polígonos.

Instrucciones para el educador: en el prefacio de este documento se describe y explica la necesidad de usar el geoplano para lograr una participación activa del educando, en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría, el cual será apoyado en su desarrollo con guías laboratorio para el alumno. Es fundamental que cada estudiante trabaje con un geoplano y que el educador use uno de mayor tamaño para explicar los conceptos.

Materiales: geoplanos, ligas de colores, lápiz y regla.

FICHA LABORATORIO PARA EL REPASO DE LOS SEGMENTOS.

Instrucciones para el alumno: cuide el material, concéntrese en su trabajo y siga las instrucciones que le da su instructor.

Cuando se le indica construir debe hacerlo en el geoplano y cuando se le pide que dibuje debe hacerlo en los espacios indicados.

Para efectos de medición debe considerar que la distancia entre dos clavos consecutivos, *verticales u horizontales*, es una unidad.

Conocimientos previos: ángulos y su clasificación en agudos, rectos y obtusos, segmento de recta.

Objetivo #1. Utilizo el geoplano para repasar los tipos de segmentos de acuerdo a su posición y estimar su medida.

Procedimientos:

- 1.1) Construyo un segmento de recta *horizontal* y mediante observación determino su *longitud*. (Recuerdo que se toma como unidad de medida la distancia entre dos clavos consecutivos verticales u horizontales).
- 2.1) Construyo un segmento *vertical* cuya longitud sea de 4 unidades lineales.
- 3.1) Construyo un segmento *oblicuo* o inclinado.

Aunque la longitud **exacta** de la mayoría de segmentos oblicuos contruidos en el geoplano, corresponde a números que aún no he estudiado, sin embargo puedo utilizar la regla y estimar su medida en centímetros.

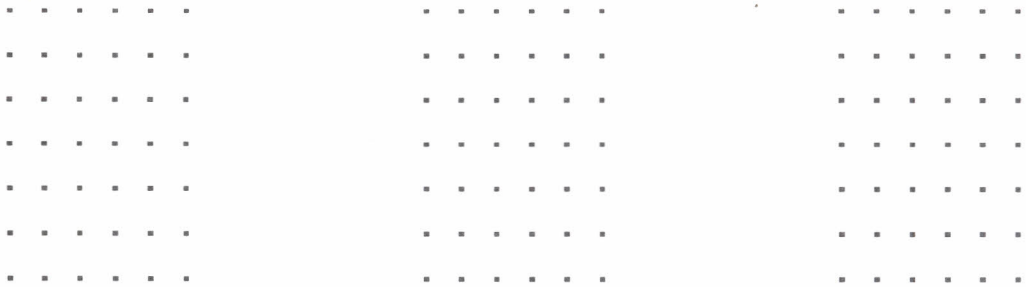
- 4.1) Dibujo en el espacio de la derecha un segmento oblicuo o inclinado y utilizando la regla calculo y escribo su longitud en centímetros.
- 5.1) Recuerdo que dos o más segmentos son *paralelos* si conservan en su trayecto la misma dirección; esto es si tienen la misma inclinación respecto a la horizontal.

Observo que cada uno de los siguientes pares de segmentos son paralelos.



6.1) Construyo en el geoplano y luego dibujo en cada cuadro que aparece a continuación lo siguiente, enumerando los dibujos de acuerdo al número de ejercicio.

- a) Dos segmentos de recta paralelos y verticales.
- b) Dos segmentos de recta, paralelos y horizontales.
- c) Dos segmentos de recta, paralelos y oblicuos.

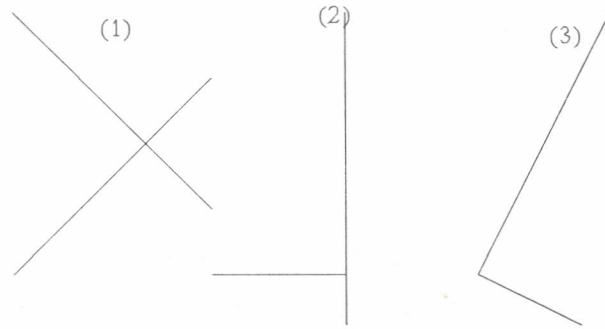


7.1) El dibujo siguiente muestra tres pares de segmentos *perpendiculares*; utilizo el transportador para cerciorarme que al menos uno de los ángulos que forman cada par de ellos mide 90° y con base en esto y lo estudiado en el tema IV, escribo la caracterización que deben tener dos segmentos que se intersectan, para que sean perpendiculares.

Objetivo

Actividad

Procedimiento



.....

8.1) He estudiado en el tema IV, que dos segmentos que se intersecan *son perpendiculares si forman al menos un ángulo de 90°*. Con base en esto procedo con lo siguiente:

- a) Construyo en el geoplano y luego dibujo en los espacios con puntos lo siguiente:
 - a) Dos segmentos perpendiculares.
 - b) Dos segmentos verticales paralelos y uno perpendicular a esos.
 - c) Un segmento perpendicular a tres segmentos inclinados y paralelos.



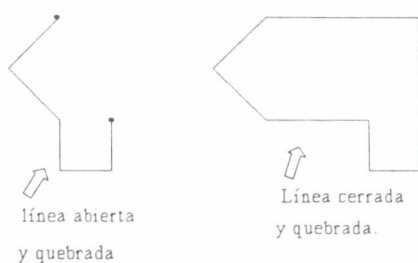
FICHA LABORATORIO PARA EL ESTUDIO DE LINEAS CERRADAS Y ABIERTAS

Objetivo #2. Adquiero los conceptos de línea cerrada y línea abierta y determino la longitud de algunas de ellas.

- 1.2) Una *línea abierta* es aquella en que el punto inicial y el terminal no coinciden.

Una *línea cerrada* se caracteriza porque no posee ni punto inicial ni punto terminal.

Observo en el siguiente dibujo una línea abierta y una línea cerrada.



- 2.2) Realizo en el geoplano las dos construcciones que se me piden y luego las dibujo en los cuadros siguientes, indicando la medida correspondiente a las unidades que observo en el geoplano.
- a) Una línea *quebrada y abierta*, compuesta únicamente por segmentos verticales u horizontales. Determino por observación la medida.
- b) Una línea *quebrada y cerrada*, que contenga sólo segmentos verticales u horizontales. Indico su medida.



3.2) Utilizo los siguientes espacios de la derecha para lo siguiente:

- a) Dibujo una línea abierta que tenga segmentos verticales, horizontales y oblicuos.
- b) Dibujo una línea cerrada que tenga segmentos verticales, horizontales y oblicuos.
- c) Utilizando la regla determino y anoto al lado del dibujo, la longitud en centímetros de cada una de las líneas dibujadas.

FICHA LABORATORIO PARA EL CONCEPTO DE POLIGONO

Objetivo #3 : Conozco el concepto de polígono y calculo el perímetro de algunos de ellos.

1.3) Un *polígono* es cualquier figura geométrica plana y cerrada, determinada por segmentos de recta en diferente dirección y que se intersecan sólo en sus puntos extremos.

2.3) Algunas partes importantes de un polígono son:

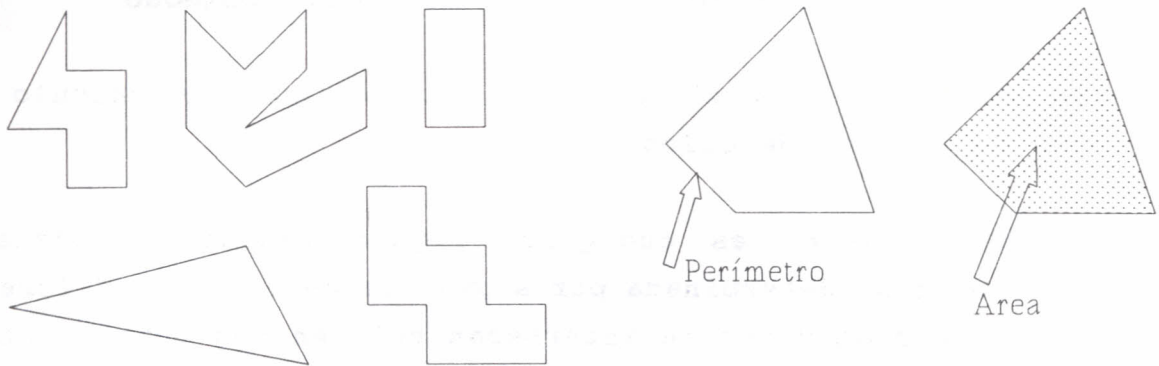
a) **Vértices**: corresponden a cada uno de los puntos donde se unen los segmentos de recta.

b) El *perímetro del polígono*, el cual corresponde a la línea cerrada frontera del polígono.

c) Los *lados del polígono* son cada uno de los segmentos cuyos extremos son vértices del polígono.

d) La medida de la superficie plana interna del polígono, corresponde al *área*.

3.3) Observo en los siguientes dibujos siete polígonos.



Noto que en el último polígono dibujado aparece sombreada la parte que corresponde al área.

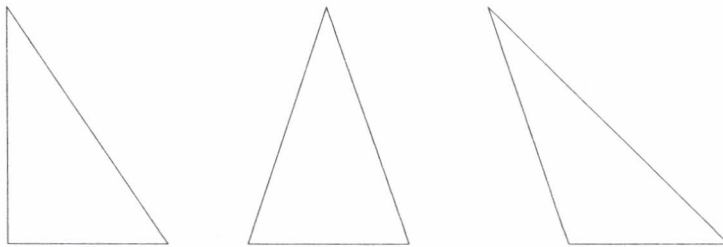
Observo que en el penúltimo de los dibujos se me indica mediante la flecha que sólo la línea frontera corresponde al perímetro del polígono.

- 4.3) Construyo en el geoplano polígonos diferentes; dos de tres lados (*triángulos*), tres de cuatro lados (*cuadriláteros*), cuatro de cinco lados (*pentágonos*) y dos que tengan más de cinco lados.
- 5.3) Utilizando la regla dibujo en el espacio restante de la página, un triángulo, un cuadrilátero y un pentágono.
- 6.3) Anoto la medida en centímetros, de cada lado de los polígonos dibujados e indico la medida del perímetro escribiéndolo al lado de cada dibujo.

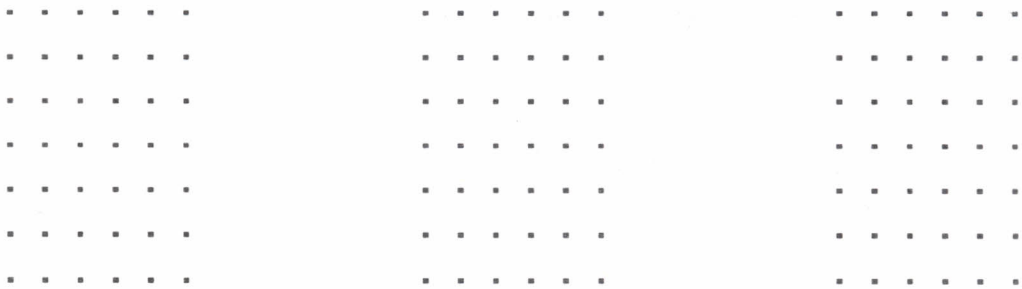
FICHA LABORATORIO PARA EL ESTUDIO DE LOS TRIANGULOS

Objetivo #4: estudio los polígonos de tres lados (*triángulos*)

- 1.4) Construyo en el geoplano diferentes triángulos.
- 2.4) Noto que cualquier triángulo que puedo construir, se asemeja, en cuanto a sus ángulos, sólo a uno de los siguientes.



- 3.4) Dibujo en los siguientes espacios con puntos, tres triángulos que tengan la misma forma de los dibujados anteriormente.



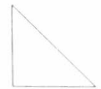
- 4.4) Utilizo la regla y dibujo en los espacios de la derecha de la siguiente página, tres triángulos similares a los anteriores.

5.4) Indico en los dibujos las medidas de los lados de cada triángulo.

6.4) Escribo al lado de cada dibujo la medida del perímetro de cada triángulo.

7.4) Estudio la siguiente clasificación de los triángulos según sus ángulos.

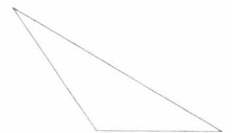
a) **Triángulo rectángulo:** es el que tiene un ángulo recto (de 90°).



b) **Triángulo acutángulo:** es el que tiene los tres ángulos agudos (menores que 90°).



c) **Triángulo obtusángulo:** es el que tiene un ángulo obtuso (mide más de 90°)



8.4) Utilizo ligas para construir un triángulo rectángulo, uno acutángulo y uno obtusángulo.

9.4) Dibujo en los siguientes espacios con puntos, un triángulo rectángulo, uno acutángulo y uno obtusángulo.

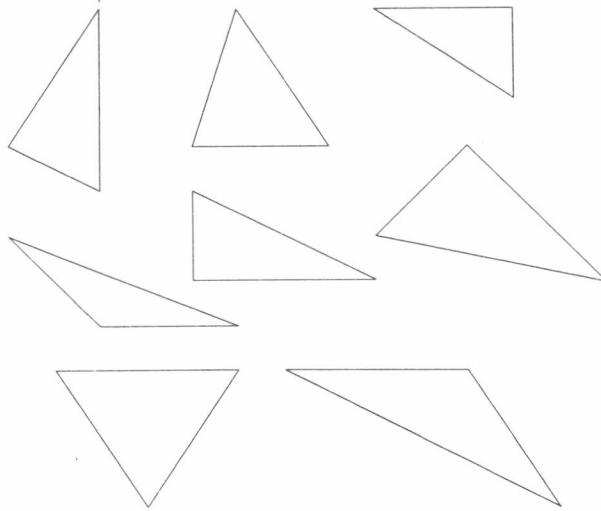
10.4) Clasifico cada uno de los siguientes polígonos triangulares, de acuerdo a sus ángulos y escribo el nombre respectivo dentro de cada dibujo.

11.4) Uso el transportador y dibujo en el espacio adjunto lo siguiente:
.
.
.
.
.

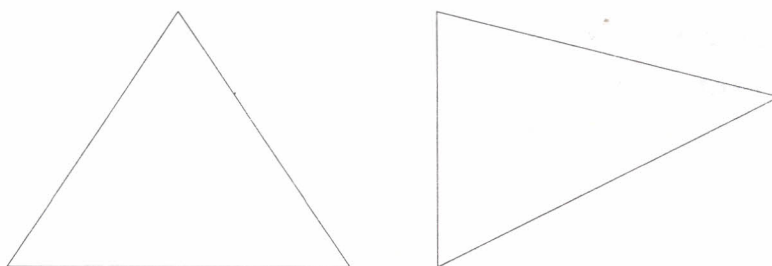
- a) Un triángulo obtusángulo cuyo ángulo obtuso mida 120°
.
- b) Un triángulo acutángulo que tenga uno de sus ángulos agudos de 60°
.
- c) Un triángulo rectángulo.

12.4) Estudio la siguiente clasificación de los triángulos, de acuerdo a la medida de los lados.
.
.

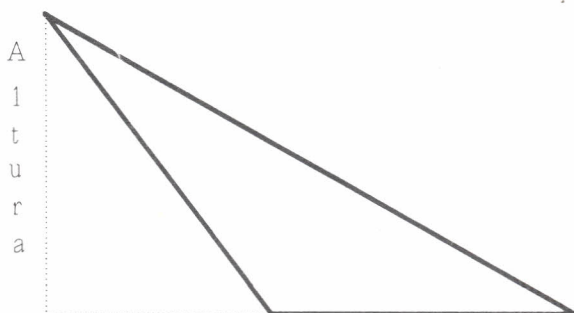
- a) Si el triángulo tiene sus tres lados de igual medida se llama **equilátero**.
.
- b) Si el triángulo solamente tiene dos lados de igual medida, se llama **isósceles**.



- c) Si todos los lados del triángulo son de diferente medida se llama **escaleno**.
- 13.4) Construyo en el geoplano un triángulo isósceles y uno escaleno.
- 14.4) Ya que no puedo construir un triángulo equilátero en el geoplano, hago un dibujo en el espacio de la derecha, que me ilustre dicho triángulo.
- 15.4) Como los **vértices** de un polígono cualquiera son los puntos donde se unen cualquiera dos lados, indico el número de vértices que tiene un triángulo. _____
- 16.4) En cada uno de los dibujos siguientes trazo un segmento que salga de un vértice del triángulo y sea perpendicular al lado opuesto a ese vértice; es decir formar con él un ángulo de 90° .



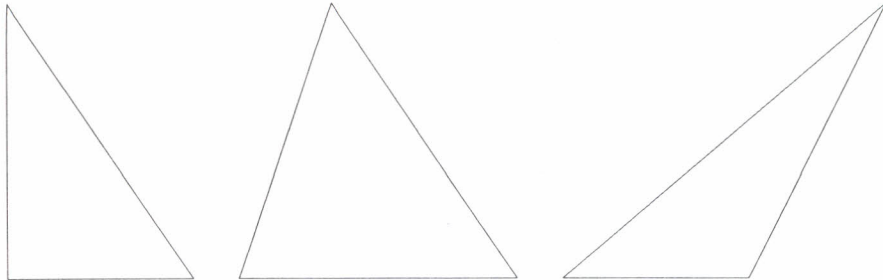
- 17.4) Noto en el siguiente dibujo que para trazar un segmento perpendicular al lado horizontal y que salga del vértice del lado opuesto debe prolongarse ese lado. Dicho segmento corresponde a una altura del triángulo.



- 18.4) Estudio lo siguiente:

- a) **Bases de un triángulo:** se llama base de un triángulo a cualquiera de sus lados. Sin embargo por comodidad se acostumbra a tomar como base el lado horizontal, si es que hay alguno.
- b) **Alturas de un triángulo:** se llama altura a un segmento perpendicular a un lado o a su prolongación y cuyos puntos extremos son un vértice y un punto del lado opuesto o de su prolongación.

- 19.4) Trazo sólo una altura en cada uno de los siguientes triángulos. Si uno de los lados es altura, lo indico mediante un *.



- 20.4) Estudio la siguiente información:

- I) No siempre se puede construir un triángulo con tres segmentos; *para que se forme el triángulo es necesario que la suma de las medidas de sus dos lados menores, sea mayor que la del tercer lado.*

Utilizo pajillas, cortando algunas de ellas y verifico lo anterior.

Ejemplos:

- a.I) Los segmentos de longitudes 3 cm, 4cm y 11 cm no forman un triángulo, porque $3+4$ es menor que 11.
- b.I) Los segmentos de longitudes iguales como 3cm, 3cm y 3 cm si forman un triángulo, ya que $3 + 3$ es mayor que 3
- II) Es imposible construir un triángulo rectángulo equilátero y tampoco se puede construir uno obtusángulo equilátero.

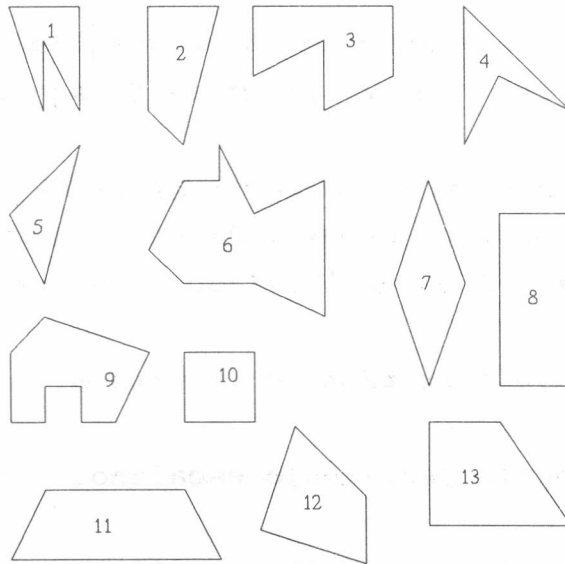
Esto significa que *los triángulos equiláteros sólo pueden ser acutángulos.*

- 21.4) Verifico mediante una suma, que los segmentos de longitudes 2 cm, 1 cm y 4 cm no forman un triángulo.
- 22.4) Justifico porqué los segmentos de longitudes 8 cm, 12 cm y 27 cm no forman un triángulo.
- 23.4) Compruebo mediante una suma que los segmentos de longitudes 1 cm, 2 cm y 2,2 cm si forman un triángulo.
- 24.4) Dibujo en el espacio restante de la página siguiente los triángulos que se me indican y al lado de cada dibujo anoto la medida de los lados y el perímetro.
- a) Un triángulo rectángulo isósceles.
- b) Un triángulo rectángulo escaleno.
- c) Un triángulo acutángulo equilátero.
- d) Un triángulo acutángulo isósceles.
- e) Un triángulo acutángulo escaleno.
- f) Un triángulo obtusángulo isósceles.
- g) Un triángulo obtusángulo escaleno.

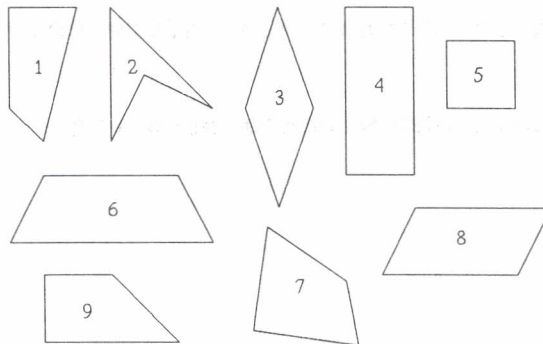
FICHA LABORATORIO PARA EL ESTUDIO DE LOS PARALELOGRAMOS

Objetivo #5. Estudio los paralelogramos.

- 1.5) De los trece polígonos dibujados a continuación, selecciono, mediante el número del dibujo, los *cuadriláteros* es decir los polígonos de cuatro lados.



- 2.5) Observo los siguientes *cuadriláteros* y selecciono mediante el número de dibujo, sólo los cuatro que tienen **dos pares** de lados paralelos. _____



3.5) Construyo en el geoplano cuatro cuadriláteros de diferente forma, de manera que tengan sus pares de lados no consecutivos paralelos.

4.5) Dibujo en los siguientes espacios con puntos, cuatro cuadriláteros de diferente forma y que tengan cada par de lados no consecutivos paralelos.

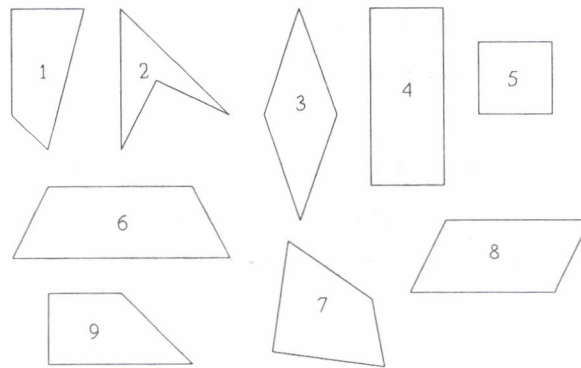


5.5) Utilizando el geoplano construyo cuadriláteros que tengan sólo dos lados paralelos pero de diferente medida y analizo si es o no posible que sus otros dos lados sean paralelos.

6.5) Contesto la siguiente interrogante: ¿qué relación en la medida deben de tener dos lados paralelos y no consecutivos de un cuadrilátero, para que sus otros lados sean también paralelos?.

7.5) **Conozco que los paralelogramos son polígonos de cuatro lados, que tienen sus lados no consecutivos, paralelos y de igual medida.**

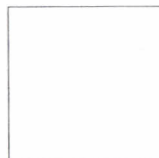
8.5) De los siguientes cuadriláteros dibujados, pinto únicamente los que son **paralelogramos**.



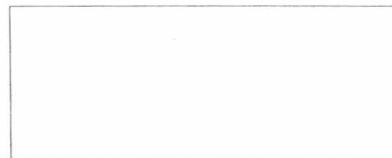
Objetivo #6. Conozco el nombre de los paralelogramos y estudio sus características.

- 1.6) Considero los siguientes paralelogramos: *cuadrado* y *rectángulo* y procedo a contestar las interrogantes que se me plantean.

CUADRADO



RECTANGULO



- a) ¿Cuántos grados mide cada uno de los ángulos internos del cuadrado y del rectángulo? _____
- b) ¿ Tienen los lados no consecutivos (opuestos) del cuadrado igual medida? _____
- c) ¿Son de igual medida los lados no consecutivos del rectángulo? _____

d) ¿Porqué el cuadrado y el rectángulo son paralelogramos? _____

e) Anote tres características comunes al cuadrado y al rectángulo.

f) Aunque tanto el cuadrado como el rectángulo tienen sus ángulos internos de 90° y sus lados opuestos paralelos y de igual medida, anoto en qué se diferencia un cuadrado de un rectángulo.

2.6) Construyo en el geoplano un cuadrado cuyo lado mida dos unidades y anoto la medida del perímetro $P =$ _____

3.6) Construyo un cuadrado cuyo perímetro mide 12 unidades lineales y anoto la medida del lado $L =$ _____

4.6) Construyo en el geoplano un rectángulo sabiendo que uno de los lados mide 2 unidades y el perímetro es de 10 unidades.

5.6) Dibujo en el espacio con puntos, el rectángulo construido en el paso anterior.

.....

.....

.....

.....

.....

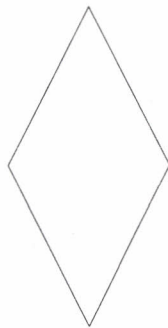
.....

.....

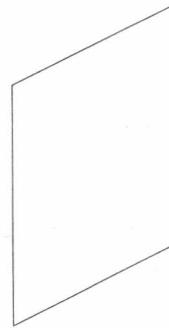
6.6) Miro a mi alrededor y anoto el nombre de tres objetos que tengan forma cuadrada o rectangular.

- 7.6) Calculo la cantidad de alambre con que puedo cercar, con un hilo, un terreno rectangular cuyo ancho mide 5,5 m y el largo mide 7,3 m. _____
- 8.6) Determino el número de "bloks" que debo poner en la primera fila de una pared de un cuarto, si la base del mismo es un cuadrado que mide de lado 4 metros y cada blok tiene un largo de 0,4 metros _____
- 9.6) *Recuerdo que todo paralelogramo tiene sus lados no consecutivos de igual medida y paralelos; por lo tanto noto que los siguientes dibujos corresponden a paralelogramos.*

ROMBO

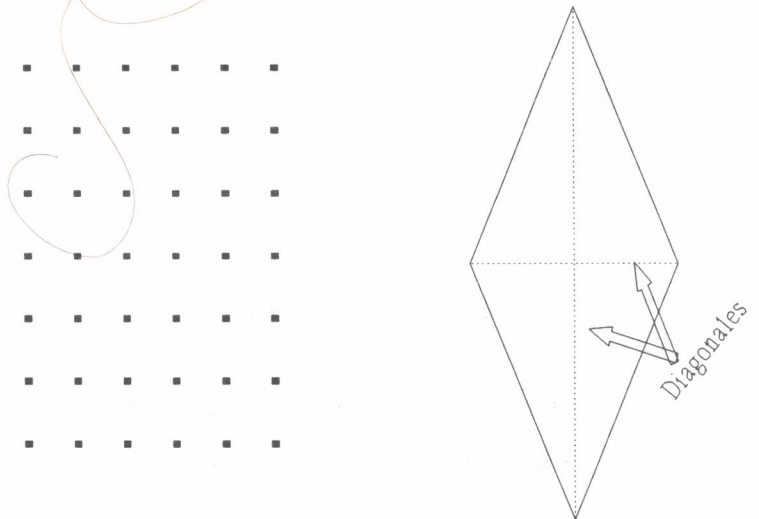


ROMBOIDE



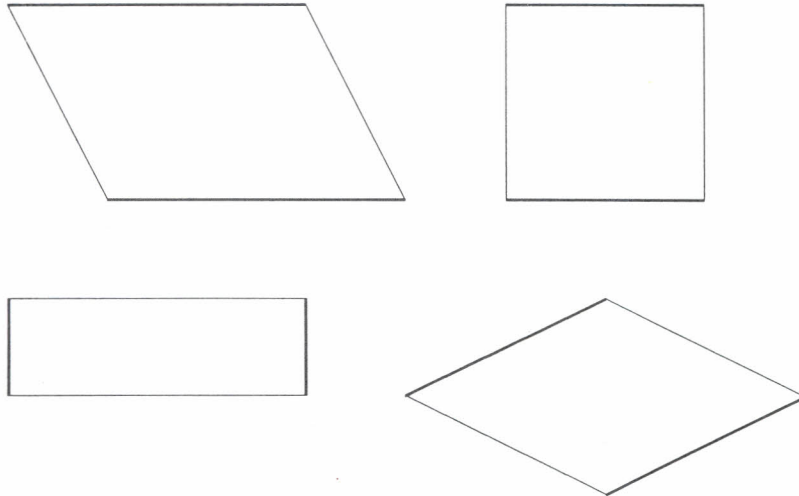
- 10.6) Construyo en el geoplano un *rombo* y un *romboide*.
- 11.6) Analizo porqué el rombo y el romboide son paralelogramos. Si tengo dudas repaso la instrucción 7.5.
- 12.6) Considero la amplitud de los ángulos internos del rombo y del romboide dibujados y anoto los dos tipos de ángulos que presentan. _____

- 13.6) Verifico con el transportador que cada par de ángulos opuestos, en los dibujos anteriores del rombo y del romboide, son de igual medida.
- 14.6) Aunque el rombo y el romboide son paralelogramos y además los ángulos opuestos en cada uno tienen la misma medida, anoto la característica fundamental que diferencia a un rombo de un romboide.
-
- 15.6) Utilizo la regla para determinar, en centímetros, la medida del perímetro del rombo y del romboide dibujados anteriormente. _____
- 16.6) Observo las *diagonales* trazadas en el rombo que aparece en el siguiente dibujo. Esto me ayudará a construir con facilidad un rombo ya que sus lados son de igual medida.



- 17.6) Noto del dibujo que cada diagonal une dos vértices no consecutivos del rombo.

- 18.6) Utilizo el geoplano para construir un rombo cuyas diagonales midan 6 y 4 unidades respectivamente.
- 19.6) Dibujo un rombo en el espacio con puntos que aparece en la página anterior y utilizo la regla para calcular la medida de cada lado en centímetros; luego anoto la medida del perímetro de ese rombo. $P = \underline{\hspace{2cm}}$ cm
- 20.6) Considero los paralelogramos que aparecen en el dibujo siguiente y procedo con lo que se me pide a continuación.



- a) Anoto en los dibujos el nombre de cada paralelogramo.
- b) Mido los ángulos con el transportador y anoto la medida de cada uno de ellos.
- c) Mediante el uso de la regla determino y anoto la medida de los lados de cada polígono anterior.
- d) Utilizo los datos anteriores para completar los espacios siguientes, relacionados con los dibujos anteriores.

Medida del perímetro del cuadrado _____ cm

Medida del perímetro del rectángulo _____ cm

Medida del perímetro del rombo _____ cm

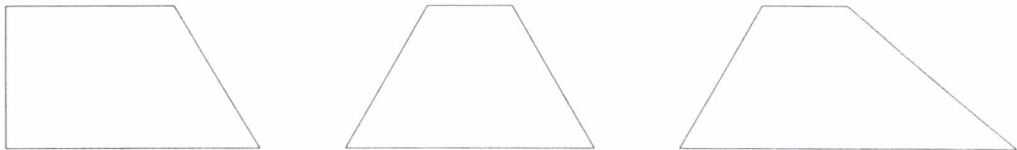
Medida del perímetro del romboide _____ cm

FICHA LABORATORIO PARA EL ESTUDIO DE LOS TRAPECIOS

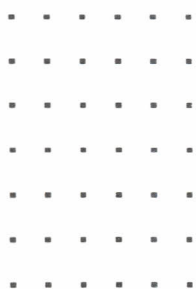
Objetivo #7: estudio los trapecios, observando sus características y sus diferencias respecto a los paralelogramos.

- 1.7) Observo los tres *trapecios* dibujados a continuación y procedo a estudiarlos de acuerdo a lo siguiente:

TRAPECIOS



- a) Construyo en el geoplano tres *trapecios* similares a los de los dibujos anteriores.
- a) Determino cuál es la característica común que se aprecia en los tres trapecios.
- c) Analizo cual es la diferencia fundamental entre un trapecio y un paralelogramo.
- d) Me doy cuenta que un trapecio es un cuadriláteros que sólo tienen dos lados paralelos.
- e) Dibujo en los siguientes espacios con puntos, tres trapecios de forma diferente.



- f) Utilizo la regla para medir los lados de cada trapecio dibujado y anoto esos datos en cada dibujo.
- g) Escribo debajo de cada dibujo la medida del perímetro del trapecio respectivo.
- 2.7) Me entero que por comodidad se acostumbra a llamar *bases*, a los dos lados paralelos del trapecio.
- 3.7) Dibujo en el espacio restante de la página, un trapecio cuyas bases midan 3 cm y 4 cm respectivamente.

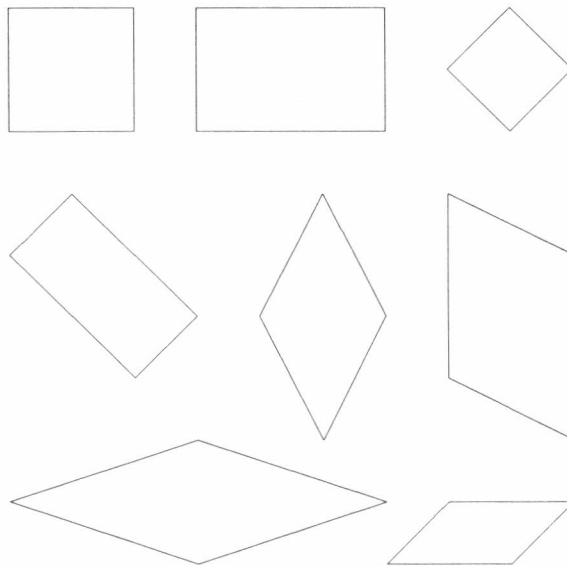
Objetivo #8: estudio el siguiente resumen respecto a las características de los cuadriláteros más comunes.

- 1.8) **Cuadrado:** cuadrilátero paralelogramo, que tiene sus cuatro lados de igual medida y sus ángulos de 90° .
- 2.8) **Rombo:** cuadrilátero paralelogramo, que tiene sus cuatro lados de igual medida y sus ángulos opuestos iguales.
- 3.8) **Rectángulo:** cuadrilátero paralelogramo, que tiene cada par de lados opuestos de igual medida y sus ángulos de 90° .
- 4.8) **Romboide:** cuadrilátero paralelogramo, que tiene sus lados opuestos de igual medida y sus ángulos opuestos son iguales.
- 5.8) **Trapezio:** cuadrilátero que únicamente tiene dos lados paralelos.

EVALUACION

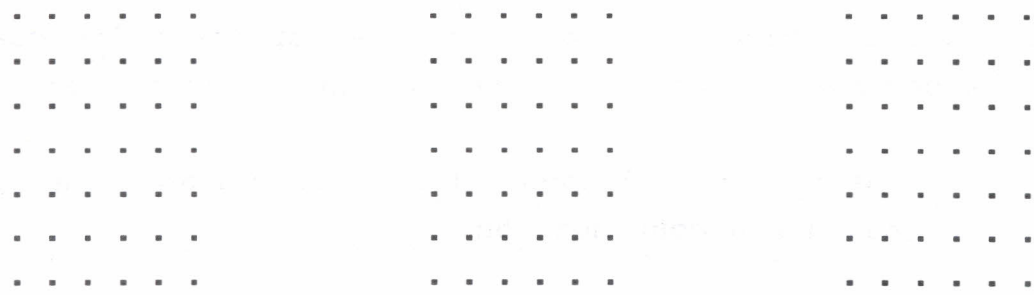
Instrucción: con base en el estudio anterior sobre los cuadriláteros más comunes, procedo con los siguientes ejercicios.

- 1) Identifico por el nombre los paralelogramos que aparecen dibujados a continuación.

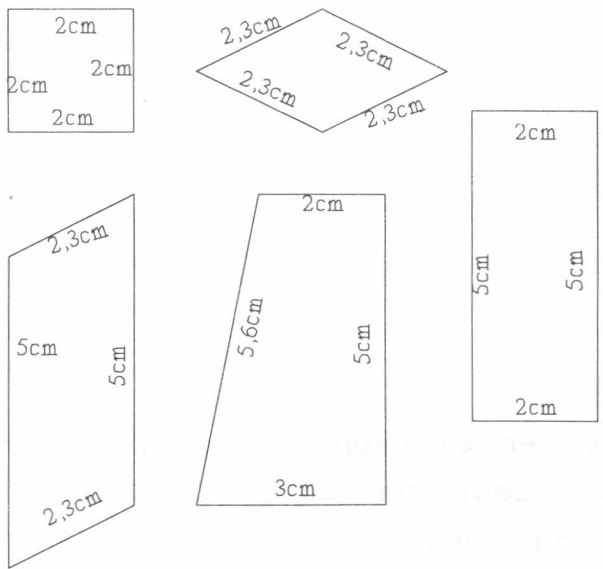


- 2) Construyo en el geoplano los paralelogramos que se me indican a continuación y los dibujo en los siguientes cuadros con puntos.
- Un cuadrado cuyo perímetro sea de 16 unidades.
 - Un rectángulo cuyos lados midan 4 y 6 unidades respectivamente.
 - Un rombo cuya diagonal mayor mida 6 unidades.

Objetivo del día: *Identificar y clasificar los cuadriláteros.*
 Actividad: *Clasificar los cuadriláteros.*

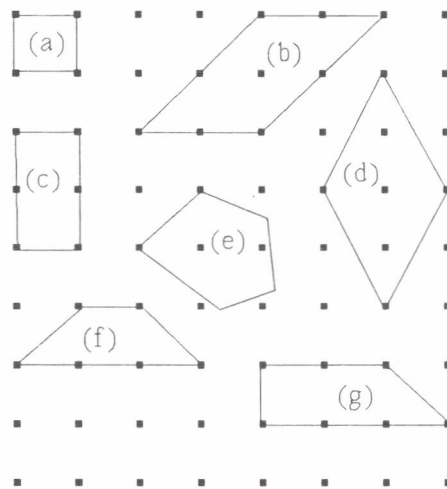


3) Considero los siguientes dibujos y procedo con lo que se me pide a continuación.



- a) Pinto sólo el perímetro de cada cuadrilátero.
- b) Escribo la medida del perímetro del cuadrado _____ cm
- c) Calculo el perímetro del rombo _____ cm

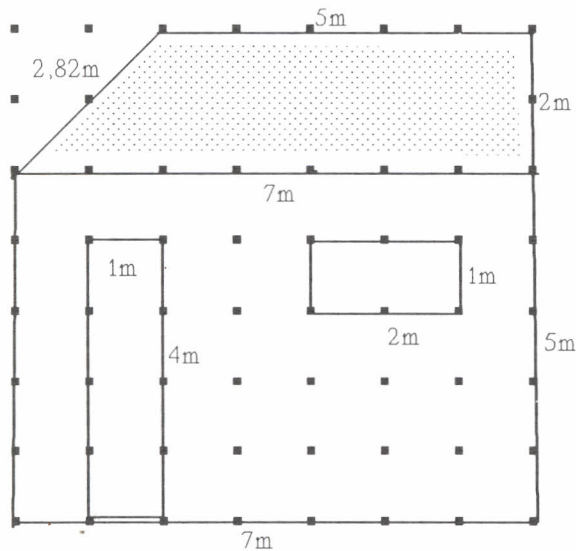
- d) Verifico mediante una suma, que el perímetro del trapecio mide 15,60 cm.
- e) Calculo el perímetro del rectángulo _____ cm.
- f) Determino la medida del perímetro del romboide _____ cm
- 4) Considerando los polígonos que aparecen dibujados a continuación, indico mediante las letras correspondientes, cuáles de ellos son paralelogramos _____
_____.



- 5) Indico el nombre de los cuatro polígonos que son paralelogramos: _____, _____, _____, _____.
- 6) Explico porqué el trapecio no es un paralelogramo.

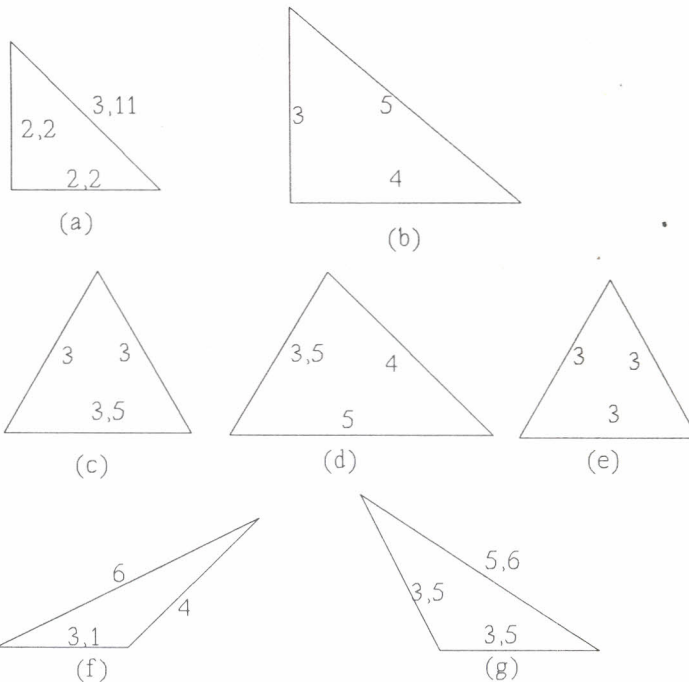
- 7) Dibujo un cuadrilátero que no sea un paralelogramo ni un trapecio y utilizando la regla calculo el perímetro.

- 8) Escribo el nombre que reciben los polígonos que tienen sólo tres lados _____.
- 9) Dibujo un triángulo y determino el perímetro en centímetros.
- 10) Escribo el nombre de los polígonos que tienen cinco lados. _____.
- 11) Dibujo, en el espacio de la derecha un polígono que no sea cuadrilátero e indico el perímetro pintándolo de color rojo.
- 12) Coloreo con azul la superficie del polígono dibujado anteriormente.
- 13) Considero el siguiente dibujo que corresponde a una casa y determino la medida que se me pide a continuación.



- a) El perímetro de la ventana _____
- b) El perímetro del techo _____
- c) El perímetro de la puerta _____

13) Clasifico por sus lados y por sus ángulos cada uno de los siguientes triángulos. Es decir analizo si cada uno de ellos es equilátero, isósceles o escaleno y también si es rectángulo, acutángulo u obtusángulo.



Triángulo (a) es _____ y _____

Triángulo (b) es _____ y _____

Triángulo (c) es _____ y _____

Triángulo (d) es _____ y _____

Triángulo (e) es _____ y _____

Triángulo (f) es _____ y _____

Triángulo (g) es _____ y _____

- 14) Realizo los siguientes dibujos en el espacio restante de la página.
- a) Dibujo un triángulo rectángulo e indico la altura sobre una de las bases.
 - b) Dibujo un triángulo acutángulo y trazo la altura sobre una de sus bases.
 - c) Dibujo un triángulo obtusángulo y trazo una de sus alturas.

MODELOS QUE PERMITEN EL DESARROLLO DE ACTIVIDADES COMPLEMENTARIAS

Instrucciones para el educador: a continuación se muestra algunos modelos que le pueden servir para el desarrollo de actividades complementarias del tema en estudio. Cada modelo consta de varias piezas las cuales se aprecian en los siguientes dibujos y es necesario contar con suficientes, de manera que cada alumno pueda manipular uno de ellos.

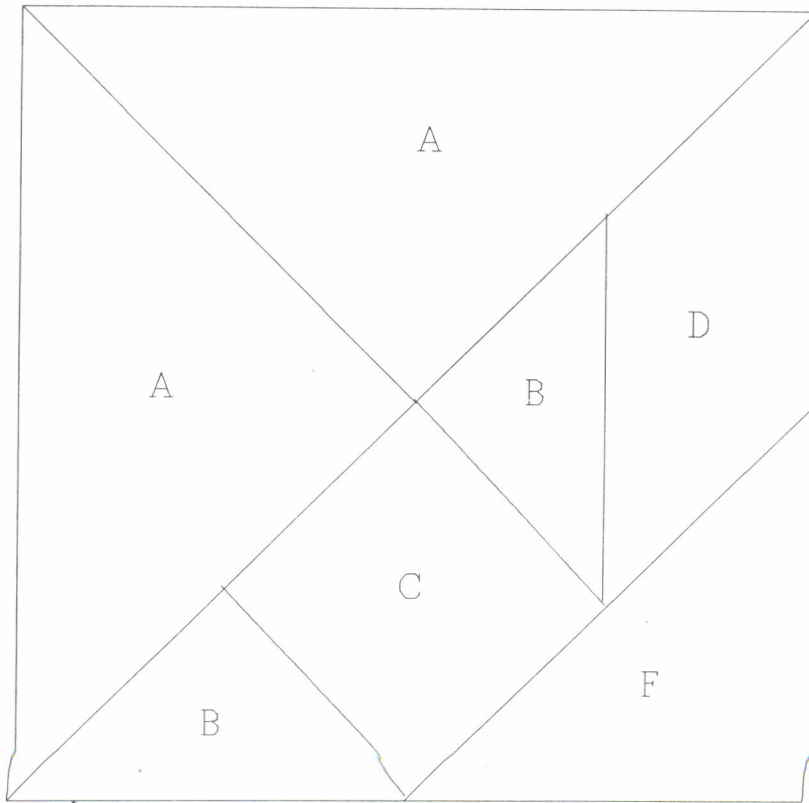
Los diseños propuestos pueden elaborarse en cartón gris, previamente pintado con pintura de aceite.

Cada modelo puede utilizarse como actividad recreativa, pidiéndoles a los alumnos que armen un cuadrado con el conjunto de piezas dadas. Sin embargo puede aprovecharse cada modelo didácticamente, solicitándoles a los alumnos que estudien cada pieza; midan los lados y los ángulos, que las comparen entre sí y formen otros polígonos con algunas de ellas.

Si se desea mayor explotación didáctica de los modelos puede elaborarse previamente una ficha laboratorio, que indique al alumno lo que se espera que haga con el conjunto de piezas. Insto al educador a hacerlo, es sumamente provechoso ya que cada modelo tiene gran riqueza didáctica y en sí mismo mantiene la motivación del alumno.

Descripción de los modelos: a continuación aparecen los gráficos del tangrama, rompecabezas y el mosaico; además aparece una breve descripción de cada uno.

TANGRAMA



El modelo "tangrama" es de origen chino y se conoce también como "los siete astutos" o "juego de la sabiduría".

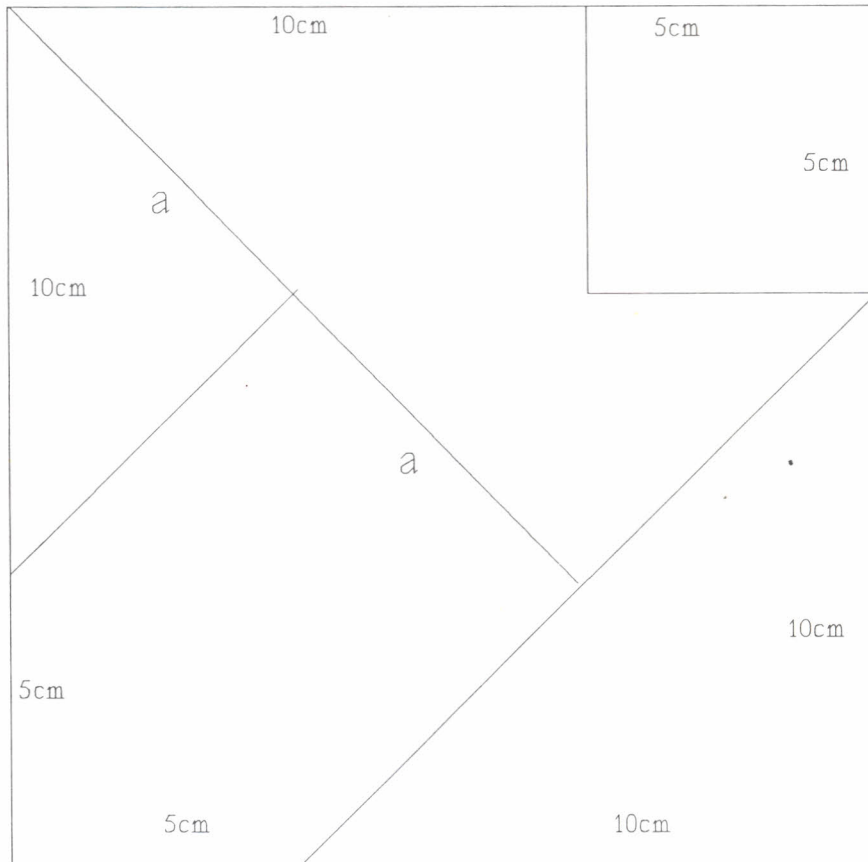
Como se aprecia en el dibujo, este modelo consta de siete piezas poligonales que dispuestas según se indica, forman un cuadrado.

Las piezas indicadas con A son congruentes, forman la mitad del cuadrado mayor y corresponden a triángulos rectángulos isósceles.

Las piezas del tangrama indicadas con B, corresponden también a triángulos rectángulos isósceles y son congruentes entre sí; además los catetos coinciden con el lado de la pieza cuadrada C.

El triángulo rectángulo mediano F, mide de hipotenusa el doble de lo que mide el lado de la pieza cuadrada. La pieza en forma de paralelogramo D, tiene ángulos de 45° y 135° .

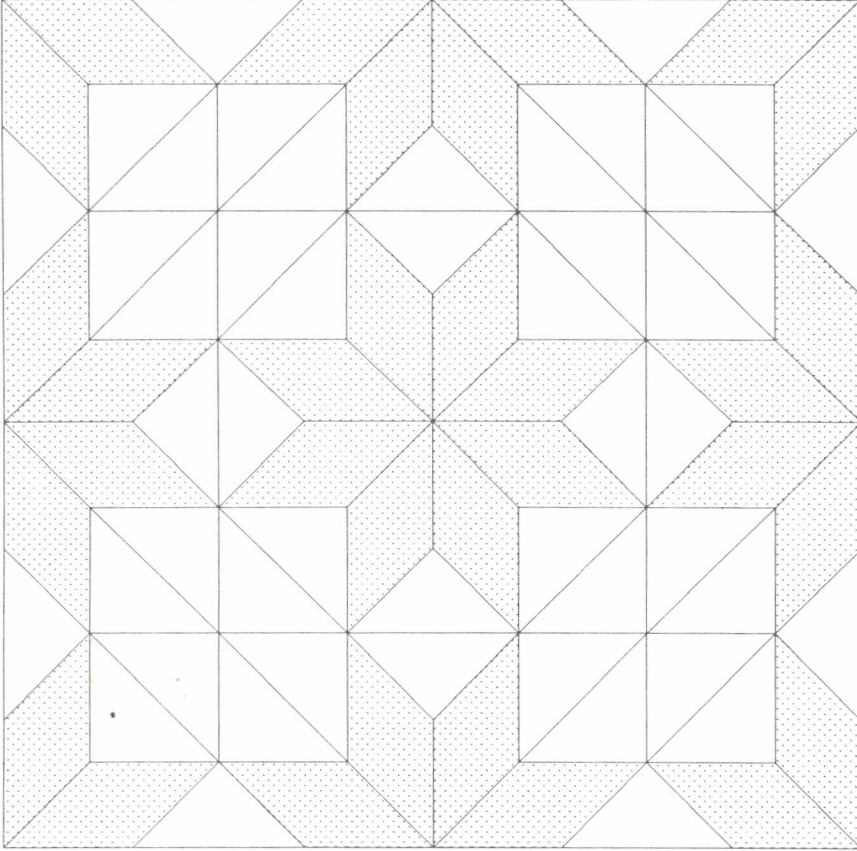
ROMPECABEZAS



Como se muestra en el gráfico anterior, este modelo puede ser diseñado formando un cuadrado en cartón gris, cuyos lados sean de 15 cm.

El rompecabezas consta de cinco piezas poligonales una de las cuales es cóncava y las demás convexas. Las dimensiones indicadas con *a* son iguales y corresponden aproximadamente a 7 cm.

MOSAICO



El mosaico está formado por 32 rombos de igual tamaño y 48 triángulos rectángulos isósceles congruentes.

El lado de cada rombo coincide con los catetos de los triángulos; sus ángulos obtusos miden 135° y los agudos 45° .

TEMA VI

CALCULO DE AREAS DE ALGUNOS POLIGONOS

(paralelogramos, trapecios y triángulos)

Objetivo general #1: determino el área de algunos polígonos.

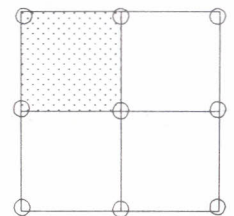
Recuerdo que la unidad de longitud que estoy usando en el geoplano es la medida de la distancia que hay entre dos clavos consecutivos verticales u horizontales; además la medida de la superficie interna de un polígono corresponde al área del mismo.

FICHA LABORATORIO SOBRE AREAS DE POLIGONOS

Objetivo #1: adquiero el concepto de unidad cuadrada.

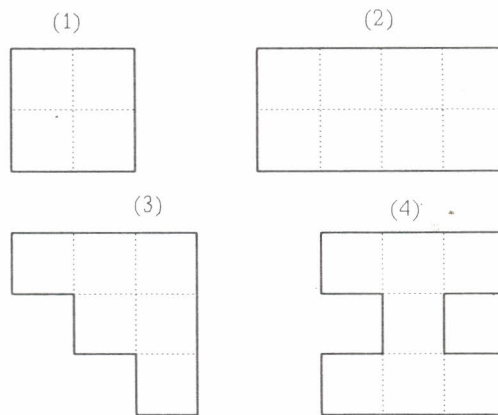
- 1.1) Construyo en el geoplano un cuadrado que mida 1 unidad de lado.
- 2.1) Conozco que la medida de la superficie, o área de ese cuadrado, corresponde a una *unidad cuadrada*. Esta unidad será utilizada para medir todas las superficies de los polígonos que construya en el geoplano.

- 3.1) Observo que si en el dibujo de la derecha la distancia entre dos puntos consecutivos, verticales u horizontales es una unidad, entonces el área que corresponde a la superficie sombreada mide una *unidad cuadrada*.



- 4.1) Utilizo la regla para dibujar un cuadrado cuya área corresponda a 1 centímetro cuadrado y anoto la medida de esa superficie escribiendo 1cm^2 .
- 5.1) Dibujo un rectángulo cuya área sea 2cm^2 .
- 6.1) Construyo en el geoplano, un rectángulo que mida tres unidades cuadradas de área.
- 7.1) *Dibujo* en el siguiente espacio con puntos un rectángulo cuya área es 8 unidades cuadradas y pinto la superficie del rectángulo.

- 8.1) Conozco que para medir el perímetro, de cualquier polígono, se usan unidades lineales como cuartas, pulgadas, metros, centímetros, etc.; pero *para medir una superficie plana debe utilizarse unidades cuadradas*, las cuales corresponden al área de cuadrados.
- 9.1) Construyo en el geoplano un cuadrado cuyo lado mida 3 unidades simples y mediante observación calculo el número de unidades cuadradas que mide su *superficie interna*.
- 10.1) Construyo un rectángulo que mida de largo 3 unidades y de ancho 4 unidades; mediante observación determino el *área*.
- 11.1) Dado que la superficie de los siguientes polígonos ha sido dividida en unidades cuadradas, calculo el área de cada uno de ellos. (1) _____, (2) _____, (3) _____,
 (4) _____



Objetivo #2: determino una manera o fórmula de calcular el *área* de un *cuadrado* o de un *rectángulo*.

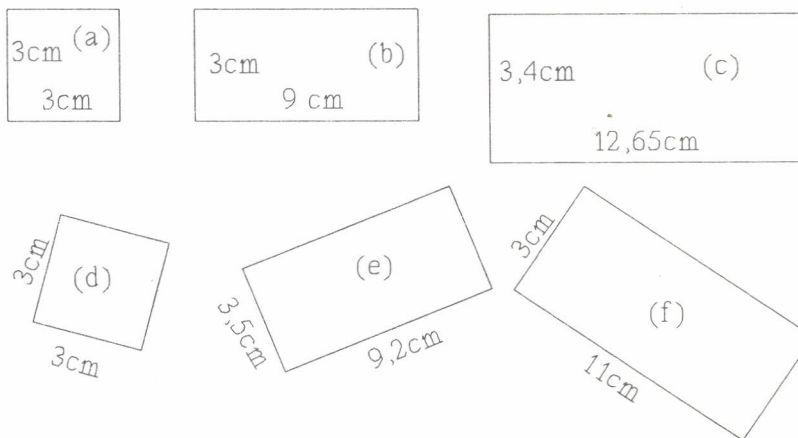
- 1.2) Construyo en el geoplano los cuadrados o rectángulos cuyas dimensiones se me indican en la tabla y calculo el *área* por observación de las unidades cuadradas que recubren la superficie. Anoto el área en la tercera columna.

Largo	Ancho	Area
3 unidades	3 unidades lineales	
2 unidades	4 unidades lineales	
3 unidades lineales	3 unidades lineales	
4 unidades lineales	6 unidades lineales	

- 2.2) Observo si el área de los cuadrados o rectángulos coincide con el producto del largo por el ancho.

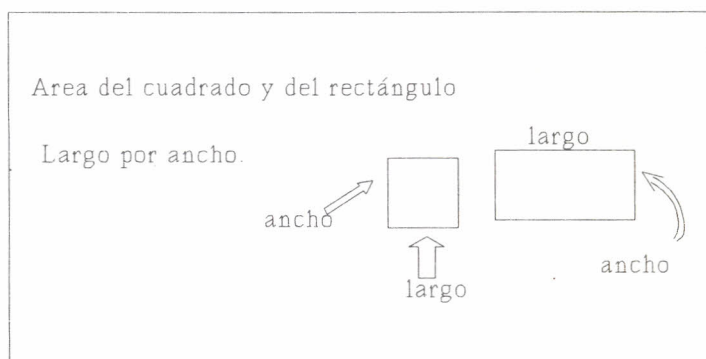
- 3.2) Determino una forma (fórmula) que me permita calcular el área de un cuadrado o de un rectángulo, sin tener que contar las unidades cuadradas que recubren la superficie. Fórmula: _____.
- 4.2) Construyo varios cuadrados y rectángulos en el geoplano y verifico que el área de ellos se puede calcular multiplicando el largo por el ancho.
- 5.2) Utilizo la regla y dibujo en el espacio restante de la página, un cuadrado y un rectángulo y escribo al lado de cada dibujo la medida de la superficie (área). Debo anotar cm^2 para referirme a la unidad utilizada.

- 6.2) Calcule el área de los siguientes cuadrados y rectángulos.



- (a) _____ cm^2 , (b) _____, (c) _____, (d) _____,
 (e) _____, (f) _____

- 7.2) Memorizo la siguiente fórmula:



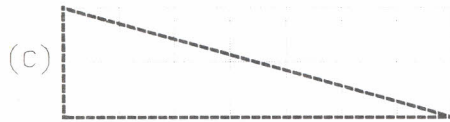
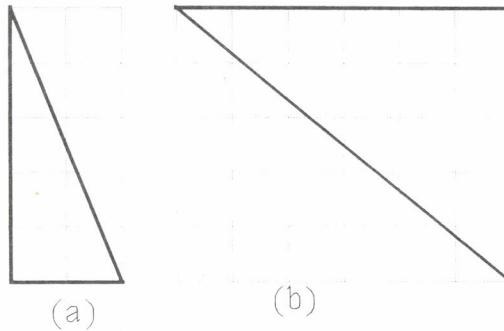
Objetivo #3: determino el área de un triángulo rectángulo.

- 1.3) Construyo un *triángulo rectángulo* en el geoplano.
- 2.3) Observo que el triángulo construido es la mitad de un rectángulo o de un cuadrado.

3.3) Deduzco el área del triángulo.

4.3) Uso las cuadrículas que aparecen en los siguientes dibujos y calculo el área de cada *triángulo rectángulo* indicado con las líneas gruesas.

(a) _____, (b) _____, (c) _____



5.3) Construyo en el geoplano un triángulo rectángulo que tenga los lados perpendiculares de 3 unidades y calculo el área. _____

6.3) Construyo en el geoplano tres triángulos rectángulos y procedo con los siguiente:

a) Copio los dibujos en los siguientes espacios con puntos.

b) Anoto al pie de cada triángulo la medida del área.

7.3) Dibujo en el espacio de la derecha un triángulo rectángulo cuyos lados perpendiculares midan 3 cm y 4 cm respectivamente.



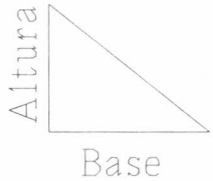
8.3) Calculo el área del triángulo dibujado. Area _____ cm².



9.3) Memorizo la siguiente fórmula para calcular el *área de un triángulo rectángulo*.

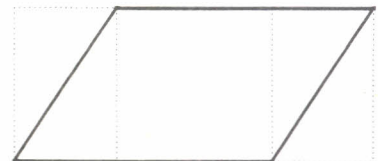


Area del triángulo rectángulo
 Base por altura dividido entre dos.

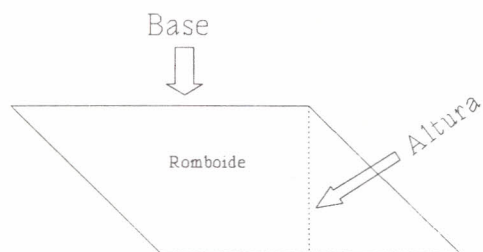



Objetivo #4: Determino el área del romboide.

1.4) Construyo en el geoplano un romboide como el que aparece con línea continua en el dibujo y procedo con lo siguiente:

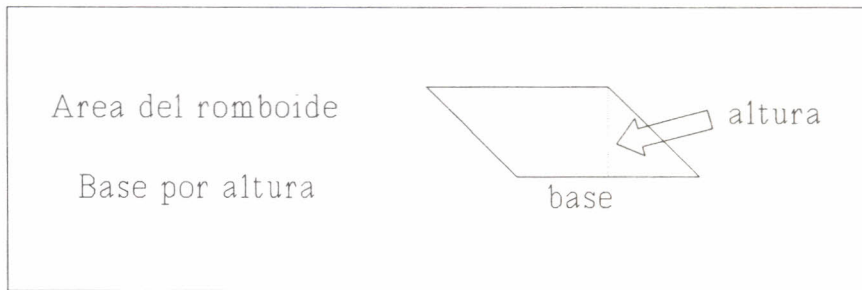


- a) Utilizo ligas de otro color y las colocó según lo muestra las líneas de puntos en el dibujo.
- b) Observo en el geoplano el número de unidades cuadradas que recubren la superficie total del romboide construido, incluso las esquinas triangulares.
- c) Anoto el área de ese romboide. _____
- 2.4) Recuerdo que una altura es un segmento que sale de un vértice y forma un ángulo de 90° con el lado opuesto. (Ver el siguiente dibujo).



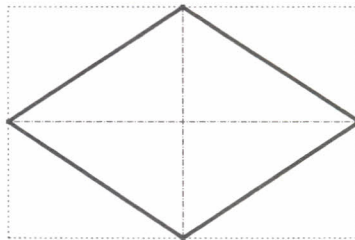
- 3.4) Dibujo en el espacio de la derecha, un romboide y trazo una altura.
- 4.4) Construyo en el geoplano un romboide que tiene una base de 4 unidades y su altura mide 3 unidades y procedo con lo siguiente:
- a) Determino las unidades cuadradas que recubren la superficie y anoto el área. _____.
- b) Verifico que el área coincide con el producto de la *base por la altura*.

- 5.4) Construyo dos romboides en el geoplano y verifico, que su área coincide con el producto de la base por la altura.
- 6.4) Memorizo la siguiente fórmula para el cálculo del área de cualquier romboide.



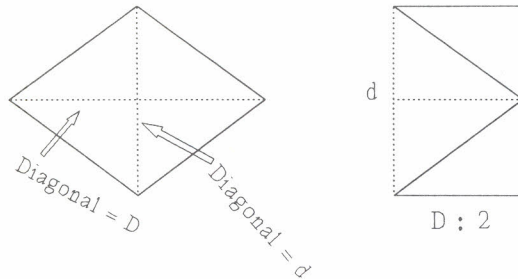
Objetivo #5: Determino el área de un rombo.

- 1.5) Construyo en el geoplano un rombo como el de la línea continua del dibujo siguiente y usando otro color de ligas trazo las diagonales y el rectángulo indicado por la línea de puntos.



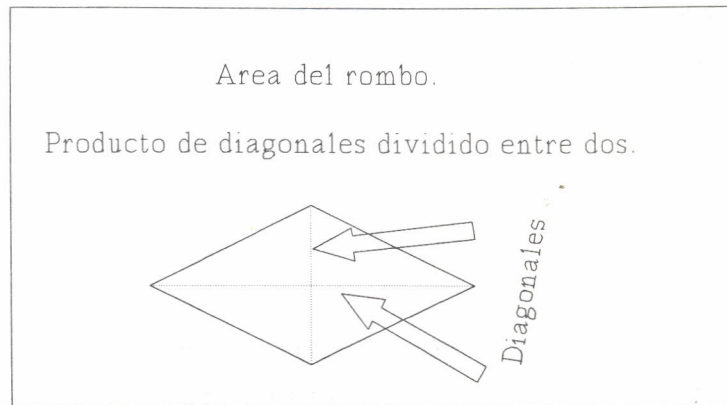
- 2.5) Determino en la construcción, cuál es un rectángulo cuya superficie es igual a la del rombo.
- 3.5) Pinto en el anterior dibujo la superficie de un rectángulo que coincida con la del rombo.

- 4.5) Noto que los lados del rectángulo que consideré igual en área a la del rombo son: *una diagonal y la mitad de la otra* como lo ilustra el siguiente dibujo.



- 5.5) Como el rombo y el rectángulo dibujados anteriormente tienen igual área, escribo el área del rombo en términos del largo y ancho del rectángulo.
-

- 6.5) Dibujo un rombo en el espacio adjunto y cuyas diagonales midan 4 cm y 6 cm respectivamente.
- 7.5) Determino el área del rombo.
- 8.5) Memorizo la siguiente fórmula para el cálculo del área de un rombo.

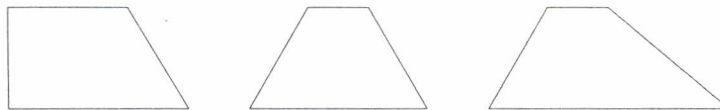


- 9.5) Considero un rombo cuyas diagonales son de 5cm y 8 cm respectivamente y calculo el área. _____ cm^2

Objetivo #6: Determino la medida de la superficie de un trapecio.

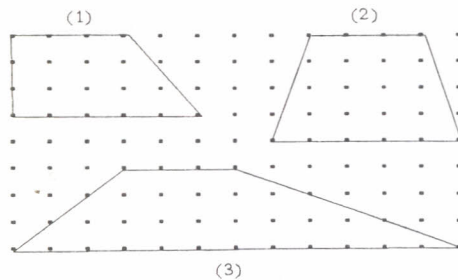
- 1.6) Construyo en el geoplano un trapecio similar al primero que aparece dibujado a continuación.

TRAPECIOS

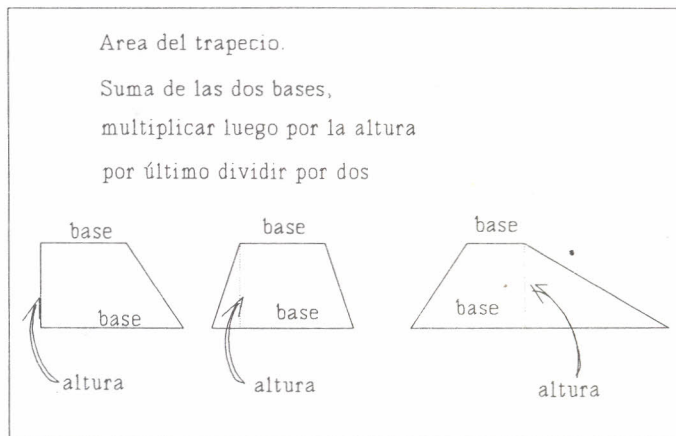


- 2.6) Utilizo una liga adicional para la altura, de manera que quede dividido en un cuadrado o rectángulo y en un triángulo.
- 3.6) Dibujo en el siguiente espacio con puntos, el trapecio construido y marco la altura que indiqué con la liga.

- 4.6) Determino el área del trapecio mediante la suma del área del triángulo formado y la del rectángulo o cuadrado restante.
- 5.6) Construyo con ligas otro trapecio, similar al del dibujo segundo o tercero indicados en el punto 1,6.
- 6.6) Dibujo el trapecio construido, en el espacio con puntos y determino el número de unidades cuadradas que recubren la superficie del mismo. _____
- 7.6) Compruebo que el área de los dos trapecios dibujados anteriormente, coincide con sumar las dos bases (lados paralelos) y luego multiplicar por la mitad de la altura.
- 8.6) Calculo el área el número de unidades cuadradas (área), que recubren cada uno de los siguientes trapecios.
 (1) _____, (2) _____, (3) _____.



- 8.6) Dibujo en el espacio de la derecha, un trapecio cualquiera, de manera que sus dos lados paralelos (bases) midan 3 y 2 cm y su altura mida 4 cm.
- 9.6) Determino el área del trapecio dibujado anteriormente. _____
- 10.6) Memorizo la siguiente fórmula para el cálculo del área de cualquier trapecio.

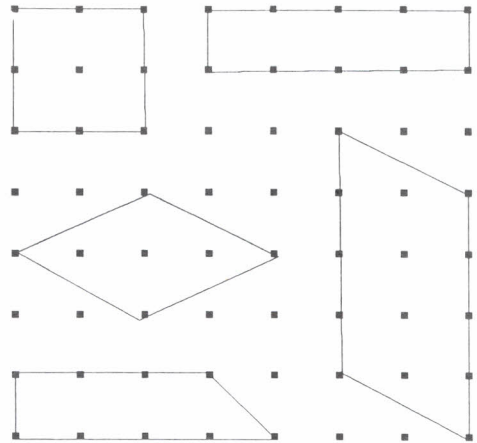


EVALUACION DE AREAS Y PERIMETROS

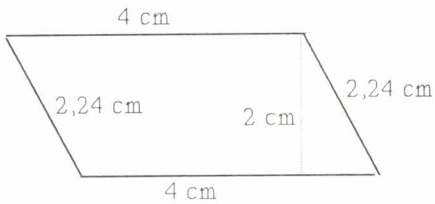
1) Considero los polígonos dibujados y procedo con lo siguiente:

a) Pinto una unidad cuadrada en uno de los cuadriláteros dibujados.

b) Escribo dentro de cada polígono, el número de unidades cuadradas que corresponden al área de cada uno.

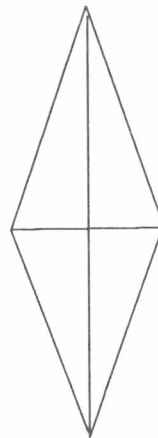


2) A continuación aparecen algunos cuadriláteros; utilizo los espacios indicados mediante una línea, para contestar lo que se me pide.



Nombre del polígono _____
 Perímetro _____
 Area _____

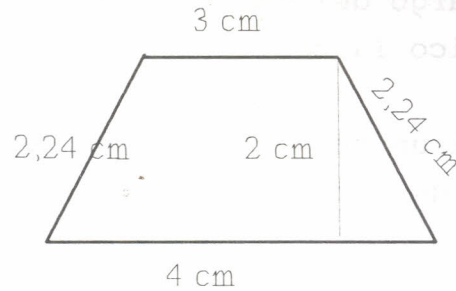
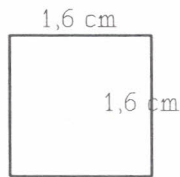
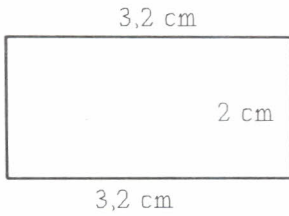
(Anote las unidades de medida del perímetro y del área)



Nombre del polígono _____

Si las diagonales miden 6cm y 2cm entonces el área mide _____

Si cada lado del polígono mide 3,16 cm, entonces su perímetro mide _____ cm.

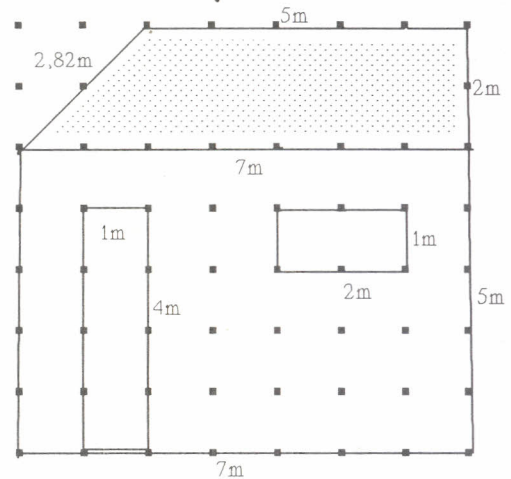


- 1) Perímetro del rectángulo. _____ cm.
- 2) Perímetro del cuadrado _____
- 3) Area del rectángulo _____
- 4) Area del cuadrado _____

Nombre del polígono _____
 Perímetro _____ cm
 Area _____

3) Considero el dibujo de la casa y determino la medida que se pide, indicando la unidad de medida respectiva, ya sean cm o cm².

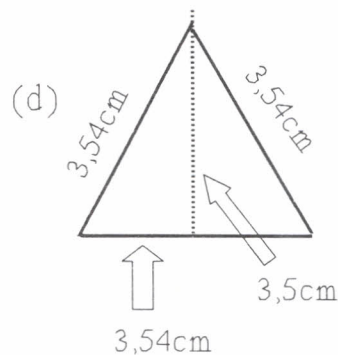
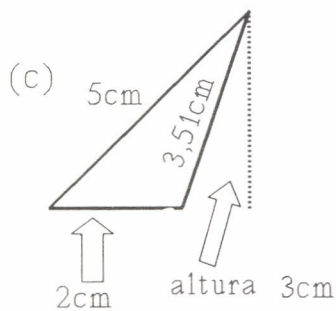
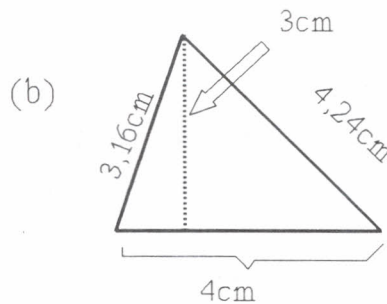
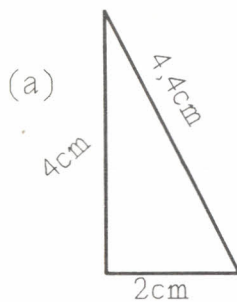
- a) El área de la puerta _____
- b) El perímetro del techo _____
- d) El área del techo _____
- e) El área de la pared frontal, sin tomar en cuenta la puerta ni la ventana _____



4) Dibujo un triángulo rectángulo de manera que los lados que forman el ángulo recto midan 2 cm cada uno. Calculo e indico al lado del dibujo la medida del área.

- 5) Escribo 2,83 cm como la medida del lado más largo del anterior triángulo. Calculo e indico la medida del perímetro.
- 6) Si un triángulo isósceles mide de base 6 cm y de altura 4 cm; determino el área.

- 7) Dibujo tres triángulos, uno rectángulo, otro acutángulo y otro obtusángulo; de manera que la altura y la base sea la misma. Determino el área de cada triángulo.
- 8) Considero los siguientes polígonos triangulares y completo cada espacio indicado.



8.1) Medida de la altura de los triángulos:

(a) _____, (b) _____ (c) _____, (d) _____.

8.2) Area de los triángulos: (a) _____, (b) _____,
(c) _____, (d) _____.

8.3) Medida del perímetro de los triángulos: (a) _____,
(b) _____, (c) _____, (d) _____.

9) Resuelvo los siguientes ejercicios:

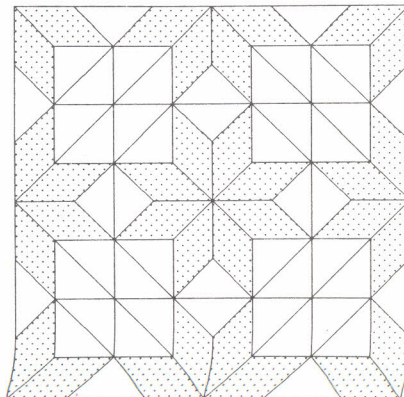
9.1) ¿Cuánto papel se gasta en hacer un papalote en forma de rombo, si sus diagonales miden 30cm y 40 cm respectivamente?.

9.2) Un jardín rectangular cuyo largo mide 10 m y el ancho 5.4 m, se ha cercado con dos hilos de alambre a cada lado. ¿Cuántos metros de alambre se necesitó para cercarlo?.

9.3) Un carpintero hizo 32 rombos y 48 triángulos rectángulos en "plywood", para formar el mosaico dibujado. Los lados perpendiculares de cada triángulo miden 6 cm y son iguales a los del rombo; el otro lado del triángulo mide 8,49 cm.

a) ¿Cuánto "plywood" gastó en todos los triángulos?.

b) ¿Cuánto "plywood" gastó en los rombos?. (Sugerencia: haga el cálculo mediante una resta de áreas).



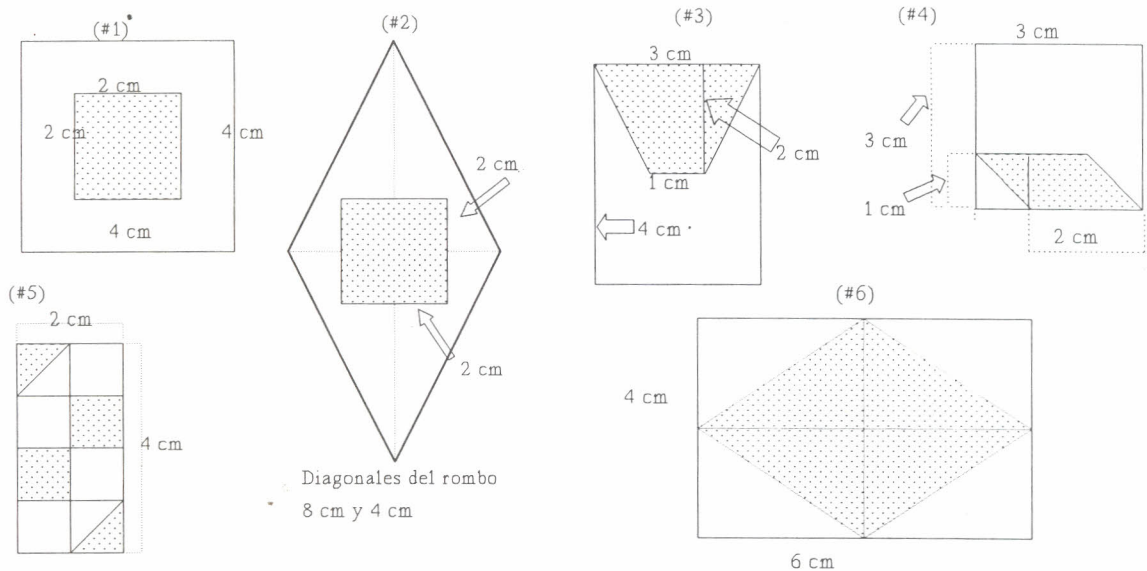
TEMA VII

CALCULO DE AREAS DE REGIONES EQUICOMPUESTAS.

Instrucciones: pinto de algún color la superficie no sombreada y realizo en el cuaderno los cálculos necesarios para determinar la medida.

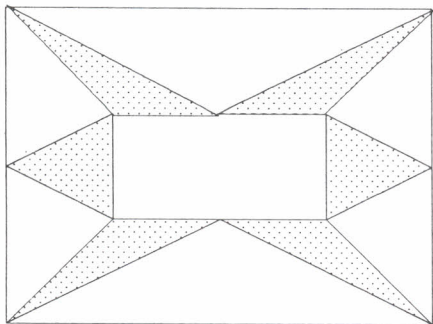
En algunos dibujos encontraré líneas de puntos o flechas que me indican la medida de determinado segmento.

Resuelva cada ejercicio mediante una resta de áreas, escribiendo el número respectivo del dibujo e indicando por escrito el nombre del polígono al cual le calculo el área. Luego escribo la frase "área pintada" e indico el resultado.



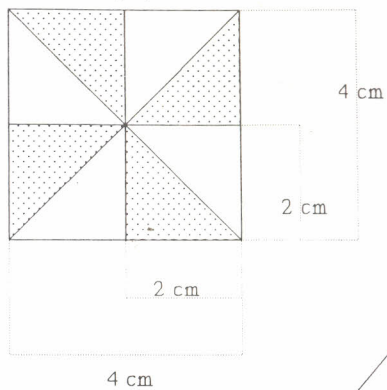
La altura y la base de cada triángulo sombreado es de 2 cm

(#7)

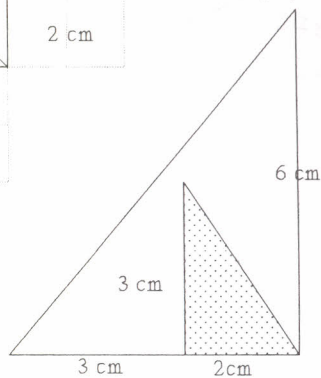


Los lados del rectángulo mayor miden 6 cm y 8 cm

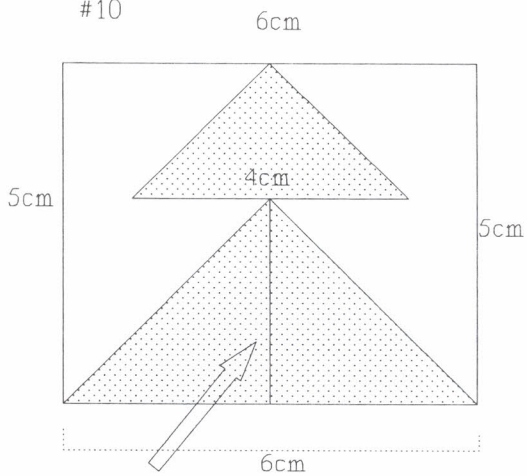
(#8)



(#9)

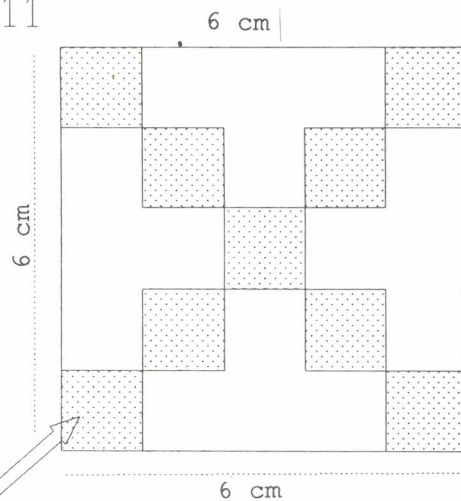


#10

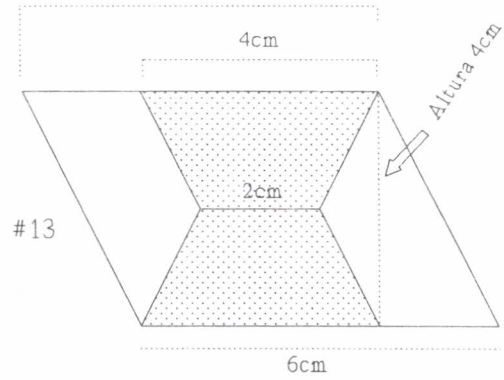
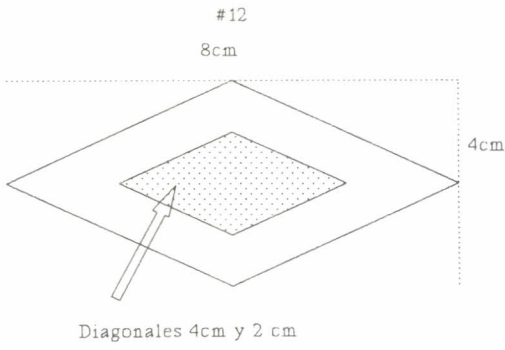


Altura 3cm

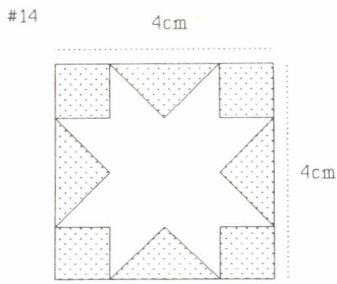
#11



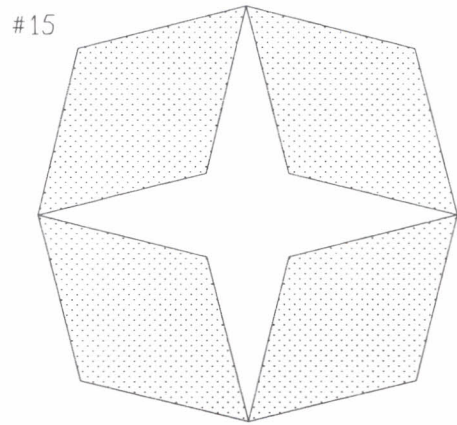
Cuadrado cuyo lado mide 1,2cm



La altura de cada trapecio es 2 cm



Los cuadrados sombreados miden 1 cm de lado.
 Los triángulos sombreados miden 1 cm de altura y 2 cm de base.



Las bases de los romboides sombreados miden 4,12 cm y la altura de ellos es de 4 cm.

TEMA VIII

CIRCULO Y CIRCUNFERENCIA

Materiales: chinchas, láminas de cartón gris o cartulina, cuyo tamaño aproximado es el de una hoja bond, pabilo, regla, lápiz, compás, tijeras.

FICHA LABORATORIO PARA EL ESTUDIO DEL CIRCULO Y CIRCUNFERENCIA.

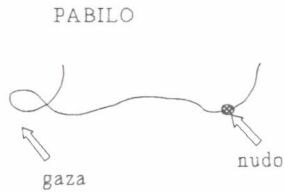
Objetivo #1: Realizo las actividades siguientes, que me permitirán adquirir el concepto de círculo y circunferencia.

1.1) I Actividad.

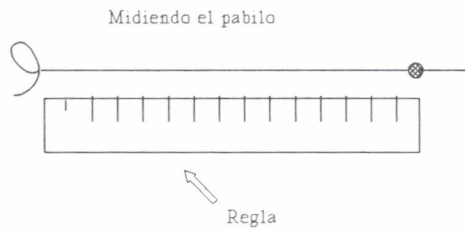
- a) Marco un punto sobre una hoja de papel. A partir de ese punto trazo al menos 15 segmentos en diferente dirección y cuya medida sea de 3 cm.
- b) Imagino que se trazan muchos segmentos más, de la misma forma que se hizo con los anteriores y deduzco la línea que forman los puntos extremos de todos los segmentos.

2.1) II actividad.

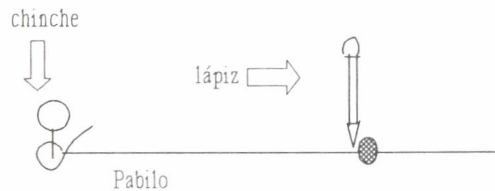
- a) Utilizo un pedazo de pabilo de unos 7 cm; hago una pequeña gaza en uno de sus puntos extremos y en el otro lado hago un nudo de manera que sobren unos dos cm.



- b) Mido con la regla la longitud del pabilo, desde el inicio de la gaza hasta el nudo y anoto ese dato.



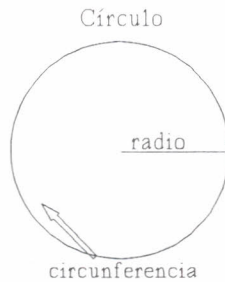
- c) Coloco en la gaza un "chinche" y lo adhiero hacia el centro de un pedazo de cartón.



- d) Sujeto la punta del lápiz en el nudo del pabilo y tensándolo giro el pabilo una vuelta completa, mientras que la punta del lápiz marca sobre el papel el trazo seguido por el nudo.

- 3.1) **Mediante las actividades anteriores he dibujado círculos, cuyo perímetro, llamado circunferencia, está determinado, por ejemplo en el segundo caso, por la línea curva que**

marca la posición del nudo y cuyo *radio* en este caso está indicado por el pabilo.



Objetivo #2: estimo la medida de la circunferencia.

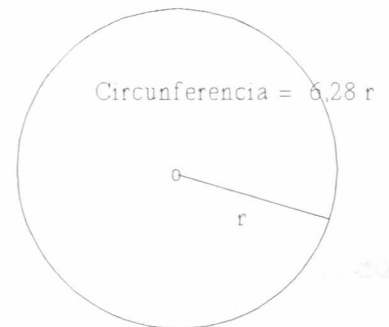
1.2) Para estimar la medida de la circunferencia procedo con las siguientes indicaciones:

- a) Libero el pabilo del chinche e intento determinar cuántas veces cabe el pabilo en la línea curva o circunferencia trazada anteriormente. Para esto ubico cuidadosamente el pabilo (radio) sobre la curva, marcando cada vez, el inicio y fin de él.

Veces que cabe el pabilo en la circunferencia: _____

- b) Uso el compás y trazo un círculo detrás del cartón utilizado anteriormente.

- c) Mido el radio del círculo y corto un pedazo de pabilo de medida igual que el radio. Trato de averiguar de nuevo cuántas veces cabe el radio en la circunferencia.



2.2) He notado que independientemente del tamaño del círculo, el radio del mismo cabe poco más de 6 veces en la circunferencia.

3.2) El número aproximado de veces que el radio cabe en la circunferencia es 6,28.

Por tal motivo la circunferencia mide aproximadamente 6,28 r, donde "r" es la medida del radio del círculo.

4.2) Procedo con las siguientes indicaciones:

a) Dibujo en el espacio adjunto un segmento de 2 cm y ubicando la punta del compás en uno de sus extremos y en el otro la punta del lápiz del compás, trazo un círculo.

b) Indico la medida del radio. Radio=_____cm.

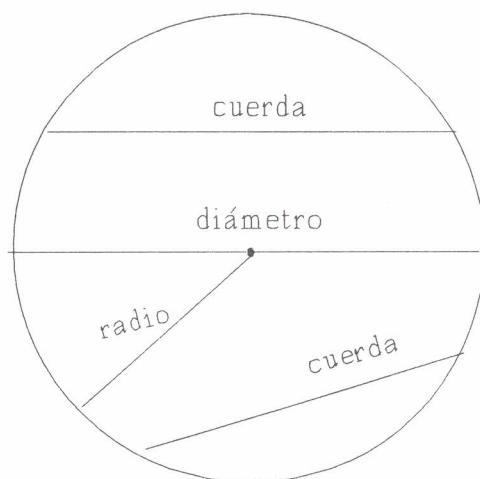
c) Indico la medida de la circunferencia.
Circunferencia=_____cm

d) Dibujo otro círculo cuyo radio sea de 2,5 cm y determine la medida de la circunferencia.
Medida de la circunferencia C=_____cm.

Objetivo #3: Conozco algunos otros segmentos del círculo.

1.3) Estudio lo siguiente:

- a) Se llama *cuerda* de un círculo, a un segmento cuyos extremos son puntos de la circunferencia.
- b) Se llama *diámetro* de un círculo a cualquier cuerda que pase por el centro del círculo.
- c) Observo en el siguiente dibujo, un radio y tres cuerdas de las cuales una es diámetro del círculo.



- 2.3) Dibujo un círculo cualquiera; trazo un radio, un diámetro y una cuerda que no sea diámetro; anoto los nombres y longitudes de cada una de ellas .

Determino además la medida de la circunferencia.

Circunferencia= _____ cm

FICHA LABORATORIO PARA EL ESTUDIO DEL AREA DE UN CIRCULO

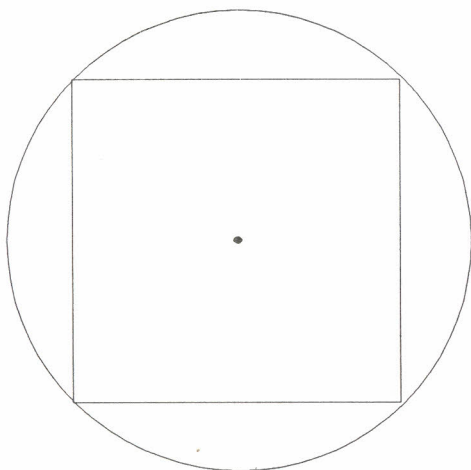
Objetivo #1: calculo el área de un círculo.

- 1.1) Dibujo en el siguiente espacio, un círculo cuyo diámetro mide 4 cm.

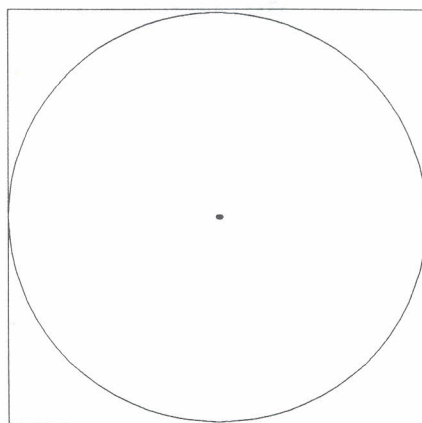
2.1) Anoto la medida del radio y pinto el área del círculo.
Radio=_____cm.

3.1) Observo en los dibujos siguientes un *cuadrado inscrito* al círculo y uno *circunscrito* al círculo.

Cuadrado inscrito



Cuadrado circunscrito



4.1) Noto que el *cuadrado inscrito* tiene los vértices en la circunferencia del círculo. En el *cuadrado circunscrito* el punto medio de cada lado es punto de la circunferencia.

5.1) Considero el siguiente dibujo donde se muestra el cuadrado circunscrito al círculo y procedo con lo que se pide a continuación.

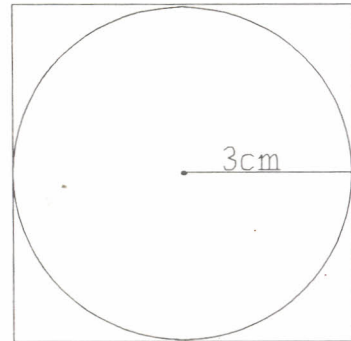
a) Trazo en el dibujo dos diámetros, uno vertical y otro horizontal.

b) Escribo la medida de cada diámetro del círculo del dibujo_____.

c) Escribo lo medida en centímetros, de cada lado del cuadrado _____.

d) Determino el área del cuadrado circunscrito al círculo, _____.

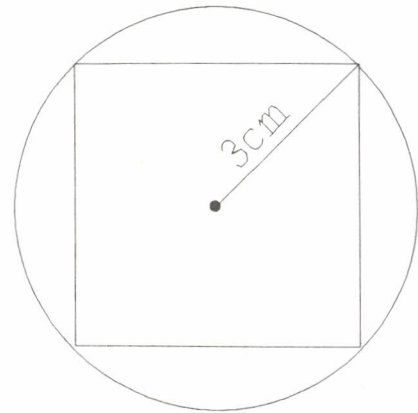
Cuadrado circunscrito



e) Considerando el área del cuadrado circunscrito y la del círculo correspondiente, indico cuál de las dos áreas es mayor. _____.

6.1) Considero el siguiente dibujo del cuadrado *inscrito al círculo* y procedo con las indicaciones.

Cuadrado inscrito



a) Trazo las *diagonales* del cuadrado.

b) Indico cuánto mide cada diagonal. _____.

c) Pinto un *triángulo rectángulo*, que sea la mitad del cuadrado inscrito.

d) Tomando la diagonal del cuadrado como *base* del anterior triángulo, indico la medida de la *altura* sobre esa base _____.

e) Indico el área del anterior triángulo (mitad del cuadrado inscrito)._____.

f) Escribo el área del cuadrado inscrito._____.

7.1) De lo anterior concluyo que el área de un círculo de radio 3 cm , es mayor que la del cuadrado inscrito y menor que la del cuadrado circunscrito al círculo.

Esto se puede generalizar para círculos de cualquier radio.

8.1) Memorizo la siguiente fórmula:

El área de un círculo de radio "r" mide aproximadamente $3,14 \times r \times r$ unidades cuadradas. (el símbolo \times corresponde a multiplicación).

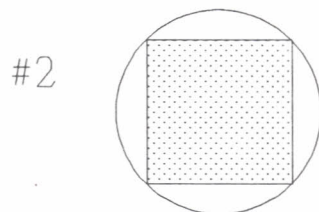
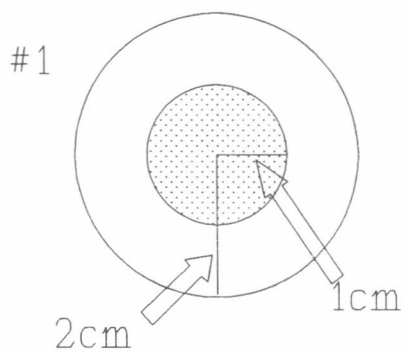
9.1) Determino, en centímetros cuadrados, el área del anterior círculo cuyo radio mide 3 cm,_____.

10.1) Dibujo un círculo de radio 2,5 cm en el espacio de la derecha; pinto la superficie y determino la medida de ella.

_____.

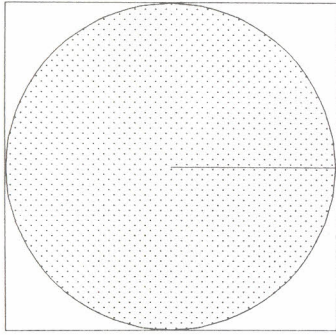
Objetivo #2: aplico los conocimientos sobre áreas para calcular la medida de algunas superficies.

1.2) Pinto de algún color la superficie **no** sombreada de los siguientes dibujos y realizo, en el cuaderno, los cálculos necesarios para determinar su área, realizando una resta de áreas.



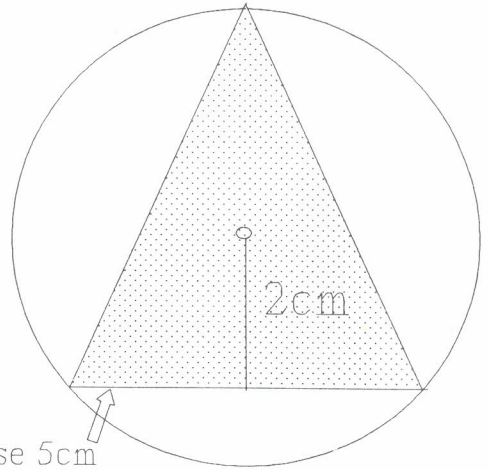
Lado del cuadrado 2cm
Radio del círculo 1,41cm

#3



Radio del círculo 4cm

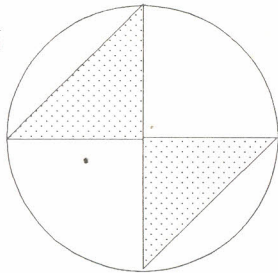
#4



Base 5cm

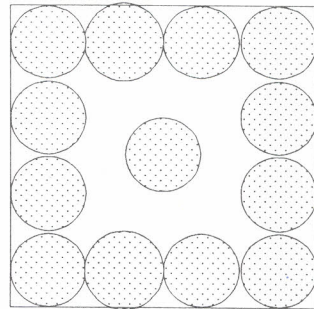
Radio del círculo 3 cm

#5



Radio del círculo 2,5 cm

#6



Círculos de diámetro 2cm

TEMA IX

SOLIDOS

Guía para el educador.

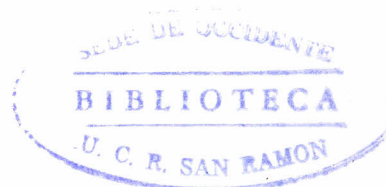
Para el estudio de los sólidos debe recolectarse material con suficiente antelación: pequeñas cajas, como por ejemplo: cajas de galletas, de condimentos, de fósforos, de disketes, los cilindros donde viene el papel higiénico, pequeños tarros plásticos, arena fina, agua coloreada, aserrín, unos 6 "beaker", unas 6 probetas, pequeñas libretas, tijeras, goma, pequeños platos y envases.

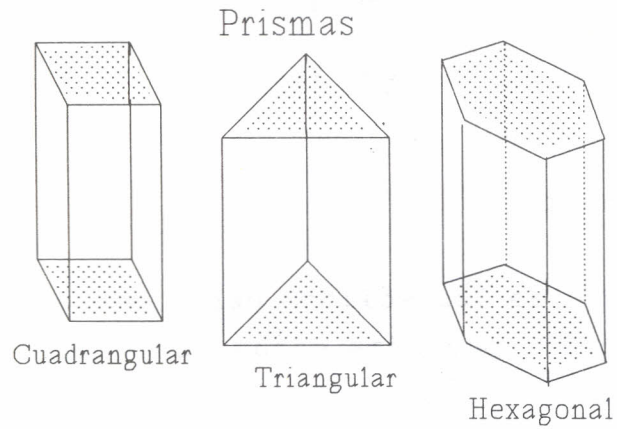
Además debe elaborarse previamente cubos cuya arista respectiva sea de 1cm, 2cm, 3 cm, 4cm, 5 cm , 6 cm, 7cm, 9 cm y 10 cm, los cuales pueden ser hechos en vidrio o cartón gris.

Se sugiere que el trabajo de laboratorio se lleve a cabo en pequeños grupos y mediante el uso de fichas para cada alumno.

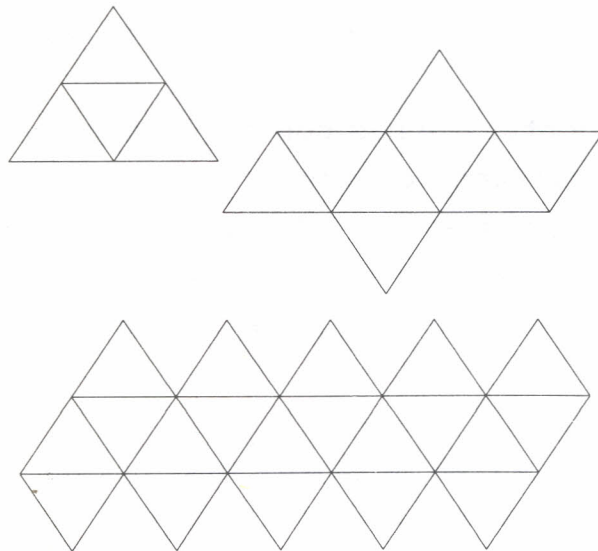
Es necesario contar además con algunos prismas como los que se muestran en los siguientes dibujos, con el propósito de mostrar a los alumnos que *los prismas son sólidos porque están limitados por superficies, pero que además sus dos bases (ver las sombreadas) son polígonos congruentes (iguales) y las otras caras son paralelogramos.*

El nombre del prisma depende del nombre de los polígonos bases; así si sus bases son triángulos, se le llama prisma triangular, si sus bases son cuadradas se le llama prisma cuadrangular, si las dos bases son pentágonos se le llama prisma pentagonal, etc.





Puede mostrárseles otros sólidos que no son prismas, como los llamados platónicos, dentro de los que están: tetraedro regular, octaedro regular, icosaedro regular; compuestos respectivamente de 4, 8 y 20 triángulos equiláteros como se muestra en los diagramas.



FICHA LABORATORIO SOBRE SOLIDOS.

Introducción del tema.

El espacio es muy vasto y para estudiarlo es necesario delimitarlo.

Los sólidos o cuerpos sólidos corresponden a porciones de espacio delimitados por superficies, planas o no.

Los siguientes son *ejemplos de sólidos*: una piedra, el cuerpo humano, una casa, un vaso, un tarro, una caja.

No es necesario que existan superficies reales para delimitar espacio; por ejemplo si amarras a un perro para que sólo pueda desplazarse 1 metro en cualquier dirección, atando el mecate de una estaca en el centro del patio, el espacio que puede utilizar el animal tiene forma cilíndrica, similar a la de un tarro, con altura igual que la del perro y delimitado por encima y por debajo del perro por dos círculos de radio 1 metro, uno a la altura de la cabeza del perro y otro sobre la superficie del patio. Los animales también delimitan espacio para definir su hábitat.

Objetivo # 1: estudio el cubo utilizando una caja cúbica con tapa.

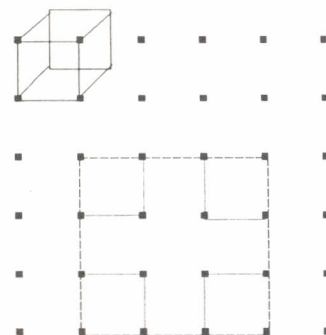
- 1.1) Tomo una caja cúbica, la observo para contestar las siguientes interrogantes:
- a) ¿ Cuántas caras o superficies planas tiene cada caja con tapa? _____ caras.
 - b) ¿ Qué forma tiene cada cara? _____.

- 2.1) Cuento todas los bordes comunes a dos caras. Esos bordes corresponden a segmentos de recta y son las *aristas del cubo*.
- Número de aristas que tiene la caja cúbica_____.
- 3.1) Cuento todos los vértices de la caja, los cuales corresponden a las esquinas. Escribo el número de vértices que tiene la caja._____.
- 4.1) Indico el número de caras a que corresponde cada vértice._____.
- 5.1) Mido las dimensiones de cada cara y anoto los datos. Largo:_____cm, ancho_____cm.
- 6.1) Calculo el área de cada cara_____cm².
- 7.1) Apoyo la caja en una de sus caras; esa cara se llama *base del sólido*, que en este caso es la caja cúbica.
- 8.1) Observo la arista altura. ¿Cuánto mide la altura de la caja cúbica?_____cm.
- 9.1) Indico cuántas caras están ubicadas a los lados de la caja_____.Ellas forman la *superficie lateral* de la caja.
- 10.1) Escribo el número de centímetros cuadrados (cm²) que tiene la superficie lateral de la caja_____cm².
- 11.1) Desdoble la caja cúbica para transformarla en una superficie plana.

Indico la medida de la superficie total de la caja. No debo tomar en cuenta las pestañas o pedazos que sirven para pegar las caras. _____ cm².

12.1) Partiendo de la superficie plana, armo de nuevo la caja.

13.1) Tomo una hoja de papel y formo un cuadrado de 21 cm de lado. Construyo con él una caja cúbica sin tapa, recortando cuadrados iguales en las esquinas, cuyo lado sea $\frac{1}{3}$ de la medida del lado de la lámina cuadrada.



No olvido dejar una "pestañita", antes de cortar las esquinas, para poder pegar las caras de la superficie lateral. (Veó el dibujo)

14.1) **Conozco que el cubo es un sólido limitado por seis cuadrados iguales. Se le conoce también con el nombre de hexaedro regular.**

15.1) Solicito a mi instructor que me muestre otros sólidos limitados por superficies planas. (tetraedro, octaedro, icosaedro).

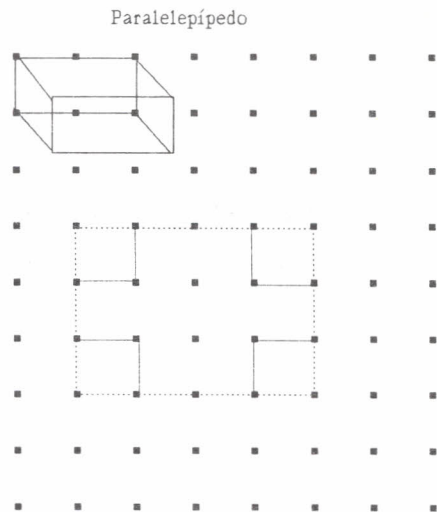
Objetivo #2: estudio el prisma rectangular recto, utilizando una caja y los conocimientos adquiridos en el objetivo anterior.

1.2) Tomo una caja de base rectangular, que no tenga todas las caras iguales y contesto las siguientes interrogantes:

a) ¿Cuántas caras conforman la caja o *prisma rectangular recto*? _____

- b) ¿Cuántas aristas tiene el *prisma*._____.
- c) ¿ Son todas las caras del *prisma rectangular recto (caja)* iguales?___
- d) ¿Qué forma tienen las caras de este sólido?_____
- e) ¿Cuántos vértices tiene el *prisma rectangular recto*?_____
- f) ¿Cuánto mide la arista altura?_____ Noto que depende del lado de la caja que tome como base.
- g) Selecciono una de las caras como base del *prisma* e indico las dimensiones, o medidas, del rectángulo base de la caja. Largo:_____ cm, ancho_____ cm

2.2) Utilizando una hoja rectangular o un papel de construcción, construyo un *prisma cuadrangular o rectangular* , recortando cuadrados o rectángulos iguales en las esquinas; no olvido antes de recortar los rectángulos dejar "pestañitas" para pegar las caras del *prisma*.



El dibujo muestra un *prisma* construido al recortar cuadrados iguales de las esquinas del rectángulo, usted puede si lo desea recortar rectángulos iguales.

- 3.2) Conozco que el *prisma rectangular recto* es un sólido cuyas dos bases son rectángulos iguales y cuyas caras laterales son también rectángulos o cuadrados, además una arista lateral corresponde a la altura.

El cubo es también un prisma.

- 4.2) Solicito al profesor que me muestre otros prismas como el prisma triangular, el pentagonal y el hexagonal y observo que característica común tienen esos sólidos.

- 5.2) Conozco que un prisma es un sólido cuyas caras laterales son paralelogramos y sus dos bases son cualquier par de polígonos iguales.

Objetivo #3: Utilizando tubos de papel higiénico y papel construcción, observo y estudio el cilindro.

- 1.3) Conozco que el *cilindro circular recto*, es un sólido cuyas bases son dos círculos iguales y paralelos y cuya superficie lateral es una superficie curva.

La altura de un cilindro corresponde al segmento cuyos puntos extremos son los puntos centrales de los círculos bases.

- 2.3) Tomo un tubo de papel higiénico y dibujo los dos círculos correspondientes a las bases del cilindro.

- 3.3) Localizo el centro del círculo procediendo de la siguiente forma: doblo un círculo a la mitad y marco un diámetro, marco otro diámetro volviendo a doblar a la mitad el círculo.

- 4.3) Indico cuánto mide el radio del círculo. _____ cm.
- 5.3) Expreso el área del círculo. _____ cm².
- 6.3) Escribo la medida de la circunferencia del círculo base. _____
- 7.3) Tomo otro tubo y lo aplasto para poder obtener un segmento recto de la misma longitud que la altura del cilindro. Recorto la superficie lateral del cilindro a lo largo de la línea y lo transformo en una superficie plana.
- 8.3) Anoto las medidas del rectángulo obtenido con la superficie cilíndrica. Ancho _____ cm, largo _____ cm.
- 9.3) Me cuestiono si corresponde el largo del rectángulo a la circunferencia del círculo, base del cilindro. Explico _____

- 10.3) Observo que la altura del cilindro es igual al ancho del rectángulo.
- 11.3) De acuerdo a lo anterior indico alguna forma de determinar la medida de la superficie lateral de un cilindro, ya que ella se transforma en un rectángulo.

- 12.3) **La superficie lateral de un cilindro mide aproximadamente $6,28 \times r \times a$, donde r es el radio del círculo base y a es la altura del cilindro.**

TEMA X

VOLUMEN.

Utilizando los cubos de vidrio o cartón, agua, piedras pequeñas de río, platos pequeños y envases pequeños; se procede con el siguiente laboratorio.

LABORATORIO PARA EL CONCEPTO DE VOLUMEN

Objetivo#1: adquiero el concepto de volumen.

- 1.1) Tomo el cubo que mide un cm de lado, su contenido o *capacidad corresponde al volumen* que en este caso es un centímetro cúbico (1 cm^3) y será nuestra unidad para medir volúmenes.
- 2.1) Lleno el cubo unidad con agua y vierto el contenido en el recipiente cuyo volumen hay que determinar, estimo cuántos cubos unidad son necesarios para llenar los siguientes recipientes:
 - a) El cubo que mide 2 cm de arista. _____.
 - b) El cubo que mide 3cm de arista. _____
- 3.1) Utilizo el cubo cuyo volumen es 8 cm^3 (tiene 2 cm de arista), lo lleno de agua y cuento el número de veces que debe verterse el contenido de ese cubo, para llenar el que tiene 4 cm de arista. _____.
- 4.1) Indico cuántos cm^3 mide el volumen del cubo de arista 4 cm _____

- 5.1) Utilizo el cubo que mide 4 cm de arista, lo lleno hasta el borde de agua y vierto el contenido en el cubo que mide 5 cm de arista.

Anoto cuántos cm^3 hay ahora en el cubo de arista 5 cm. _____

Como aún no se ha llenado ese cubo, vuelvo a llenar el que mide 4 cm de arista y completo el agua que le falta.

Noto que le sobra agua en el recipiente de 4 cm de arista, mida esa agua con el cubo unidad y luego mediante una operación estimo el número de cm^3 que mide el cubo de 5 cm de arista _____

- 6.1) Lleno con agua el recipiente cúbico de 6 cm de arista y estimo el volumen mediante el siguiente procedimiento:

- a) Vacío agua en los siguientes recipientes y anoto el número de unidades cúbicas correspondientes:

En un cubo de 5 cm de arista _____ cm^3 .

En un cubo de 4 cm de arista _____ cm^3

En un cubo de 3 cm de arista. _____ cm^3

- b) Indico cuántos cm^3 de agua caben en el recipiente cúbico de 6 cm de arista _____.

- 7.1) Calculo el volumen de agua del recipiente cúbico cuya arista es 8 cm. Procedo vertiendo el agua de ese recipiente a los siguientes cubos y anotando el total de cm^3 en ellos:

2 cubos de arista 6 cm . Total _____ cm^3

1 cubo de arista 4 cm. Total _____ cm^3

2 cubos de arista 2 cm. Total _____ cm^3 .

Volumen del cubo de 8 cm de arista _____ cm^3 .

8.1) Uso agua y los cubos de arista 1 cm, 5cm y 6cm; para calcular el volumen del cubo que mide 7 cm de arista. _____ cm^3 .

9.1) Indico cuántos cubos con agua, de 5 cm de arista, son necesarios para llenar el recipiente cúbico de 10 cm de arista _____

Indico en cm^3 , el volumen del cubo de 10 cm de arista _____ cm^3 .

El contenido de ese cubo de 10 cm de arista, corresponde a un litro.

10.1) Como 10 cm equivalen a 1 dm, diremos entonces que **un litro corresponde a un volumen de 1 dm^3** (un decímetro cúbico).

11.1) Lleno cualquier envase con agua y utilizando los cubos determino el volumen, en cm^3 , de agua en el recipiente.

12.1) **Conozco que un procedimiento rápido para determinar el volumen de un cubo o de un prisma rectangular recto, es multiplicando el área de la base por la altura.**

13.1) Determino el volumen de un cubo de arista 3,5 cm _____ - _____ cm^3 .

14.1) Tomo una de las cajas que representan prismas rectangulares rectos. Utilizo la regla y mido las dimensiones de la caja (el ancho y largo de la base y la altura de la caja).

Escribo el área de la base y el volumen de la caja.

Anoto los datos:

Ancho de la base _____ cm.

Largo de la base _____ cm

Altura de la caja _____ cm

Area de la base _____ cm².

Volumen de la caja _____ cm³.

15.1) Siguiendo un procedimiento similar al anterior mido el volumen de papel, de una libreta o uno de un cuaderno. Anote el dato _____.

13) **Mido el volumen de una piedra.**

a) Lleno hasta el borde uno de los recipientes cúbicos.

b) Coloco el recipiente sobre un plato.

c) Deposito una piedra dentro del recipiente. Notaré que se derrama agua que se deposita en el plato.

Debo medir el agua derramada ya que corresponde aproximadamente al volumen de la piedra. Para esto puedo usar, como en las actividades anteriores, los recipientes cúbicos y si hay dudas puedo medir el agua derramada en el "beaker" o pipeta.

14) Mido el volumen de otra piedra y anoto el dato _____.

15) Estudio lo siguiente: **para medir el volumen de un cilindro, basta multiplicar la medida del área de la base por la altura del cilindro.**

15.1) Selecciono uno de los tarros cilíndricos. Dibujo sobre el papel el círculo base, para que pueda estimar el radio

trazando dos diámetros y utilizando la regla para medir el radio.

- 16.1) Calculo el área del círculo base. $(3,14 \times r \times r)$ _____ -
_____ cm^2 .
- 17.1) Mido la altura del tarro cilíndrico _____ cm .
- 18.1) Determino el volumen del tarro cilíndrico _____ cm^3 .
- 19.1) Determino el volumen de madera que hay en un cilindro formado por un palo de escoba de 110 cm y cuya base tiene un radio de 1,3 cm . _____ cm^3 .

EVALUACION

- 1) Considero un prisma rectangular sin tapa, de altura 5 cm y cuya base es un rectángulo de dimensiones 3,5 cm y 4 cm.
 - a) Determino las unidades cuadradas que recubren la superficie lateral. _____ cm^2
 - b) Calculo la superficie total. _____ cm^2
 - c) Determino las unidades cúbicas del volumen de dicho prisma. ----- cm^3

- 2) El radio del círculo base de un cilindro es de 4 cm y su altura es de 10 cm, determino lo siguiente:
 - a) La medida de la circunferencia del círculo base _____ cm
 - b) La medida del área del círculo base _____ cm^2
 - c) El área lateral del cilindro _____ cm^2
 - d) El área total del cilindro si se considera que tiene tapa _____ cm^2 .
 - d) El volumen del cilindro _____ cm^3

- 3) Consigo un tarro cilíndrico que se utilice para algún comestible; realizo las mediciones necesarias y procedo con las mismas indicaciones anotadas en el ejercicio (2).

- 4) Determino el volumen de aserrín que deposito en una caja.

- 5) Mido la arena que deposito en un tarro cilíndrico.
- 6) ¿ Cuánta agua quedó en un recipiente cuyo volumen es de 6 litros, si al llenarlo y luego colocar la piedra dentro de él se derramaron 2 dm³ de agua?. _____
- 7) Calculo el volumen aproximado de una piedra.
- 8) Indico los litros de agua que caben en un cubo cuya arista mide 35 cm. _____ litros.
- 9) Lleno con arena fina tres cubos de diferente tamaño y determino el volumen total de arena. _____
- 10) Busco en el supermercado algún recipiente cuyo contenido sea líquido y en el que se indique su volumen en c.c, esto es en centímetros cúbicos, anoto ese dato e investigo su equivalencia en litros.

BIBLIOGRAFIA

Barnett, Rich. **Teoría y problemas de geometría plana.**
Serie de compendios Schaum.

Moise, Edwin E. y Downs, Floyd. **Geometría moderna.** Washington:
Editorial Fondo Educativo Interamericano, 1966.

Z.P. Dienes y E.W. Golding. **La geometría a través de las transformaciones.** 3a.ed. Barcelona: Editorial Teide, 1976.

Sánchez F. Numa. **La Enseñanza de la geometría.** Ciudad Universitaria
Rodrigo Facio, Facultad de Educación, Universidad de Costa Rica,
1973.

Piaget, Jean y colaboradores. **Epistemología del Espacio.** Buenos
Aires: Editorial El Ateneo, 1971.

Se terminó de imprimir en la
Oficina de Publicaciones de la
Universidad de Costa Rica en el
mes de setiembre de 1993.
Su edición consta de 2000 ejemplares.

Ciudad Universitaria Rodrigo Facio.